PAP 2.1
Versuch 233: "Fourieroptik"

Jonas Schweer

13. April 2025

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**
- 1.1 Ziel des Versuchs . . . 2
- 1.2 Abbildung des Versuchsaufbaus . . . 2
- 1.3 Physikalische Grundlagen . . . 3
  - 1.3.1 klassische Theorie der Beugung . . . 3
  - 1.3.2 Fourierreihen/-integrale . . . 3
  - 1.3.3 Fraunhofer'sche Beugung als Fourierdarstellung . . . 4
  - 1.3.4 Fouriertransformation des Einzelspalts . . . 5
  - 1.3.5 Fouriertransformation des Doppelspalts . . . 7

2 Messprotokoll **8**

3 Auswertung **13**
- 3.1 Aufgabe 1 . . . 13
  - 3.1.1 Eichung der Abszisse . . . 13
  - 3.1.2 Spaltbreite bestimmen . . . 13
- 3.2 Aufgabe 2 . . . 18
- 3.3 Aufgabe 3 . . . 20
- 3.4 Aufgabe 4 . . . 24

4 Zusammenfassung und Diskussion **25**

5 Anhang **27**

1 Einleitung

Anmerkung: Alle Bilder, welche in diesem Abschnitt verwendet wurden, sind aus dem Praktikumsskript übernommen worden.
Quelle: 'Physikalisches Praktikum PAP2.2 für Studierende der Physik B.Sc' - Jens Wagner, Februar 2025

1.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wollen wir uns die Theorie der Beugung von Licht an Objekten genauer anschauen und die Theorie der Fourieroptik nachmessen. Dafür müssen wir zuerst den Aufbau korrekt einstellen, sowie die Skalierung der Kamera durch Eichung auflösen. Anschließend können wir Objektbild und Beugungsbild von sowohl Einzel- als auch Doppelspalt untersuchen.

1.2 Abbildung des Versuchsaufbaus

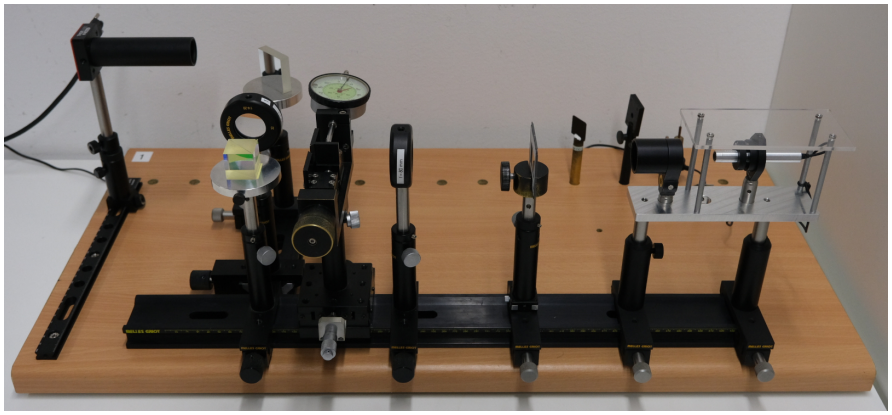


Abbildung 1: Foto des Aufbaus

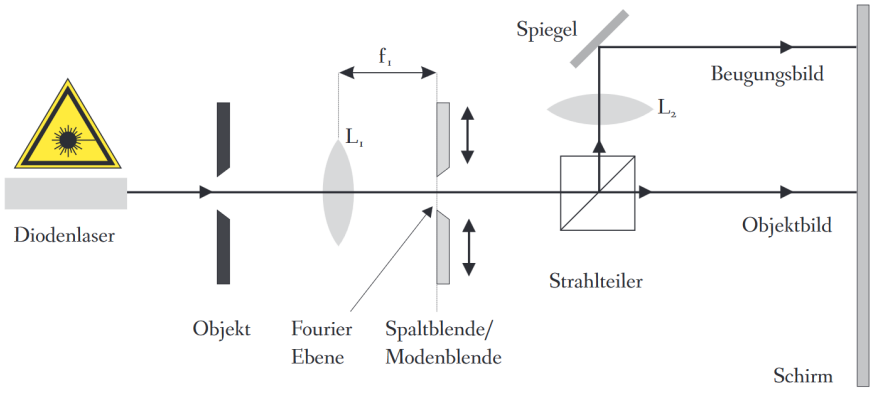


Abbildung 2: Skizze der Vogelperspektive des Aufbaus

1.3 Physikalische Grundlagen

1.3.1 klassische Theorie der Beugung

Bei der Betrachtung von Beugungseffekten gibt es prinzipiell zwei verschiedene Möglichkeiten, den Aufbau zu gestalten. Der erste -und deutlich kompliziertere- Fall ist die Fresnelsche Beugung. Bei dieser sind sowohl Lichtquelle und Beobachtungsebene im Endlichen und somit werden die Lichtstrahlen unterschiedlich gebeugt. Die Interferenzerscheinung ist dann aufwändig zu berechnen. Deutlich einfacher ist es bei der Fraunhoferschen Beugung. Bei dieser fällt nur paralleles Licht auf den Spalt, sodass der Beugungswinkel konstant bleibt. Die ausfallenden Strahlen sind also wieder parallel und interferieren dann im Unendlichen. Um diese Art der Beugung auf endlichem Raum zu untersuchen, können Sammellinsen verwenden, um die Beugungserscheinung in die Brennebene dieser zu verlegen.
Beleuchten wir nun einen Spalt mit parallelen Licht der Wellenlänge λ, so wird in allen Punkten des Spaltes die gleiche Amplitude E_0 und Phase $\varphi = \omega t$ angeregt:

$$E(\text{Spalt}) = E(y) = E_0 \exp[i\omega t] \tag{1}$$

Nun geht nach dem Huygens- Fermat'schen Prinzip von jedem Punkt des Spalts eine Elementarwelle aus. Die Überlagerung dieser im Unendlichen gibt die Intensitätsverteilung. Wie integrieren also über den kompletten Spalt (Länge d in y-Richtung, Nullpunkt in der Mitte) alle Wellen, wie unter Winkel α ausgesendet werden:

$$E_\infty(\alpha) = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} E_0 \exp[i(\omega t - kl)]\,\mathrm{d}y \tag{2}$$

Dabei ist $k = 2\pi/\lambda$ und $l = R + y\sin\alpha$. Nach integration erhalten wir:

$$E_\infty(\alpha) = E_0 \exp[i(\omega t - kl)] \frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin(\alpha)\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\sin(\alpha)} = E_0 d \exp[i(\omega t - kl)] \frac{\sin(x)}{x} \tag{3}$$

mit $x = \frac{\pi}{\lambda} d \sin(\alpha)$. Die Intensität erhalten wir nun durch quadrieren:

$$I_\infty(x) \propto I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2} \tag{4}$$

I_0 ist dabei proportional zu d^2.

1.3.2 Fourierreihen/-integrale

Periodische Funktionen können durch Linearkombination der Sinus- und Kosinusfunktionen dargestellt werden. Eine solche Zerlegung nennt man Fourierzerlegung. Ist die Funktion f periodisch mit Periode L, so lautet die Fourierzerlegung:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) \tag{5}$$

Die Koeffizienten a_n und b_n werden berechnet durch:

$$a_n = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) \, \mathrm{d}x \tag{6}$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f(x) \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) \, \mathrm{d}x \tag{7}$$

Mit der Fourierreihe kann man zwar nur periodische Funktionen darstellen, allerdings können wir für nicht-periodische Funktionen den Grenzfall $L \to \infty$ betrachten. Wir erhalten dann allerdings unendlich dicht gepackte Moden, die wir nicht in einer Reihendarstellung wiedergeben können. Die kontinuierliche Fouriertransformierte und ihre Rücktransformation wird dann zu einem Integral:

$$F(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp[-ikx] \, \mathrm{d}x \tag{8}$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) \exp[ikx] \, \mathrm{d}k \tag{9}$$

$$\tag{10}$$

1.3.3 Fraunhofer'sche Beugung als Fourierdarstellung

Um die Fraunhofer'sche Beugungstheorie allgemeiner zu gestalten, betrachten wir nun eine willkürliche Öffnung S in der yz-Ebene, welche mit parallelem, monochromatischem Licht bestrahlt wird. Uns interessiert nun die elektrische Feldstärke in einem Punkt P.

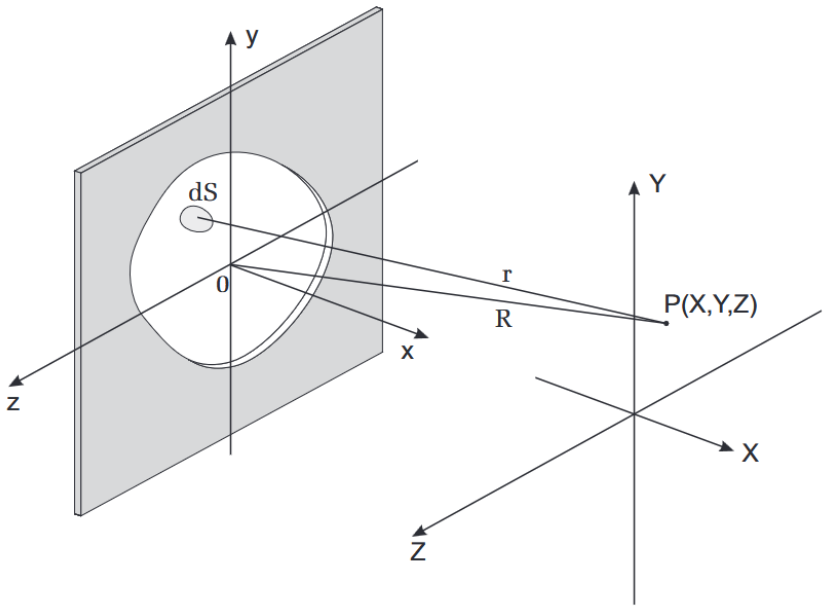


Abbildung 3: Untersuchtes Szenario

Wir greifen uns also ein Flächenelement $\mathrm{d}S$ heraus, von dem nach Huygens eine Elementarwelle der Form $\exp[ikr]/r$ ausgeht. Die Elektrische Feldstärke am Ort P ist

somit:

$$\mathrm{d}E = \epsilon \frac{\exp[ikr]}{r}\,\mathrm{d}S \tag{11}$$

wobei ϵ die Quellstärke pro Einheitsfläche ist. r ist der Abstand von $\mathrm{d}S$ zu P, und kann durch

$$r = \sqrt{X^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2} = R\sqrt{1 + \frac{y^2+z^2}{R^2} - 2\frac{Yy+Zz}{R^2}} \tag{12}$$

berechnet werden. Für große R gilt näherungsweise:

$$r \approx R\sqrt{1 - 2\frac{Yy+Zz}{R^2}} \approx R\left(1 - \frac{Yy+Zz}{R^2}\right) \tag{13}$$

Integrieren wir also, erhalten wir:

$$E(R) = \epsilon \frac{\exp\left[ikR\right]}{R} \iint \exp\left[-\frac{ik}{R}(Yy+Zz)\right]\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \tag{14}$$

Bei einem kleinen Bereich um R kann $\frac{\exp[ikr]}{R}$ als konstant gesehen werden. Ist die Transmission durch die Öffnung nicht homogen, so geht ϵ über zu:

$$\epsilon(y,z) = A(y,z) = A_0(y,z)\exp\left[i\varphi(y,z)\right] \tag{15}$$

Das integral wird dann zu:

$$E(Y,Z) = \iint_S A(y,z)\exp\left[-\frac{ik}{R}(Yy+Zz)\right]\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \tag{16}$$

Die Komponenten des Wellenvektors sind:

$$k_y = k\frac{Y}{R} = k\sin(\phi) \tag{17}$$

$$k_z = k\frac{Z}{R} = k\sin(\theta) \tag{18}$$

sodass das Integral nun lautet:

$$E(k_y,k_z) = \iint_S A(y,z)\exp\left[-i(k_y y + k_z z)\right]\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z \tag{19}$$

Wir sehen also, dass das Ergebnis (das Beugungsbild) die zweidimensionale Fouriertransformation der Öffnungsfunktion $A(y,z)$ darstellt.

1.3.4 Fouriertransformation des Einzelspalts

Dieses Wissen nutzen wir nun, um das Beugungsbild des Einzelspalts zu berechnen, indem wir ihn Fouriertransformieren. Seine Öffnungsfunktion lautet:

$$A(y,z) = A(y) = \begin{cases} 1 & |y| \le \frac{d}{2} \\ 0 & |y| > \frac{d}{2} \end{cases} \tag{20}$$

Eingesetzt in die Fouriertransformation erhalten wir:

$$F(k_y) = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \exp\left[-ik_y y\right] \,\mathrm{d}y = \frac{2d \sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y d} := \mathrm{sinc}\left(k_y \frac{d}{2}\right) \tag{21}$$

Die Nullstellen dieser Funktion sind $k_y = 2\pi \frac{n}{d}$. Daraus können wir nun auch wieder die Fouriertransformation zurück zur Spaltfunktion durchführen:

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_y) \exp\left[ik_y y\right] \,\mathrm{d}k_y = \frac{d}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y \frac{d}{2}} \cos(k_y y) \,\mathrm{d}k_y \tag{22}$$

Wenn wir mit $F(k_y)$ die Intensität in Richtung des Winkels α bestimmen wollen, setzen wir für k_y $k_y = k_0 \sin\alpha$ ein. Wenn wir nun ab einem Maximum der Ordnung n die Fourierebene abdecken, so ändert sich die obere Integrationsgrenze zu $k_{y,n}$ mit:

$$k_{y,n} = k_0 \sin\alpha_n = k_0 n \frac{\lambda}{d} = 2n\frac{\pi}{d} \tag{23}$$

Das Integral ist somit:

$$f_{\mathrm{mod}}(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \frac{\sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y \frac{d}{2}} \cos(k_y y) \,\mathrm{d}y \tag{24}$$

Wenn man das numerisch berechnete Integral nun quadriert, so kann man es mit dem Spaltbild selbst vergleichen. Für einige zugelassene Ordnungen sind hier die Ergebnisse dargestellt:

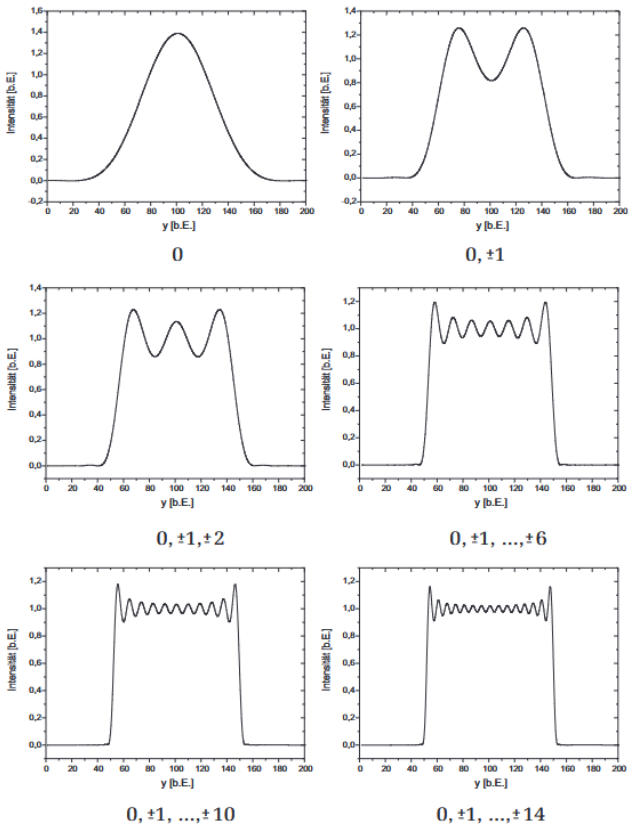


Abbildung 4: Rekonstruktion des Spaltbildes bei verschiedenen zugelassenen Ordnungen

1.3.5 Fouriertransformation des Doppelspalts

Das selbe wie beim Einzelspalt wollen wir nun auch für den Doppelspalt mit Spaltabstand g machen. Dessen Spaltfunktion lautet:

$$f(y) = \begin{cases} 1 & (\frac{g-d}{2}) < |y| < (\frac{g+d}{2}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{25}$$

Das Fourierintegral lautet wieder:

$$F(k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) \exp\left[-ik_y y\right] \, \mathrm{d}y \tag{26}$$

Dieses kann in 2 Teile aufgespalten werden:

$$F(k_y) = F_{y>0}(k_y) + F_{y<0}(k_y) \tag{27}$$

also in rechten und linken Spalt. Für den rechten können wir rechnen:

$$F_{y>0}(k_y) = \int_{\frac{g-d}{2}}^{\frac{g+d}{2}} \exp\left[ik_y y\right] \, \mathrm{d}y = \exp\left[-ik_y \frac{g}{2}\right] d \frac{\sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y \frac{d}{2}} \tag{28}$$

Für den linken folgt analog:

$$F_{y<0}(k_y) = \exp\left[ik_y \frac{g}{2}\right] d \frac{\sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y \frac{d}{2}} \tag{29}$$

Summieren wir die beiden Komponenten, so ist die Fouriertransformierte des Doppelspalts:

$$F(k_y) = 2\cos\left(k_y \frac{g}{2}\right) d \frac{\sin\left(k_y \frac{d}{2}\right)}{k_y \frac{d}{2}} \tag{30}$$

Wir führen die selbe Substitution wie beim Einzelspalt durch und quadrieren den Term, um die Intensitätsverteilung des Beugungsbildes zu erhalten:

$$I = 4\cos^2\left(\pi g/\lambda \ \sin\alpha\right) d^2 \frac{\sin^2(\pi g/\lambda \ \sin\alpha)}{(\pi g/\lambda \ \sin\alpha)^2} \tag{31}$$

Wenn wir nun das Beugungsbild wieder Rücktransformieren, können wir es ebenfalls wieder das Muster ab einer bestimmten Beugungsordnung abdecken. Dann gilt für $F_{\mathrm{mod}}(y)$:

$$F_{\mathrm{mod}}(y) \propto \left[\frac{2d}{\pi} \int_0^{k_y,n} \cos(k_y g/2) \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \cos(k_y y) \, \mathrm{d}k_y\right]^2 \tag{32}$$

Zuletzt wollen wir uns noch die Frage stellen, wie viel des Beugungsbildes zugelassen werden muss, um noch die Doppelstruktur des Spalts auflösen zu können. Hierfür brauchen wir mindestens das Maximum 1. Ordnung, welches unter $\sin\alpha = \lambda/g$ auftritt. Verkleinern wir die Integrationsgrenzen nun immer weiter, fangen die getrennten Hügel langsam an zu verschmelzen, bis sie schließlich zu einem Hügel zusammenwachsen. Dieser Verlauf ist in folgendem Bild dargestellt:

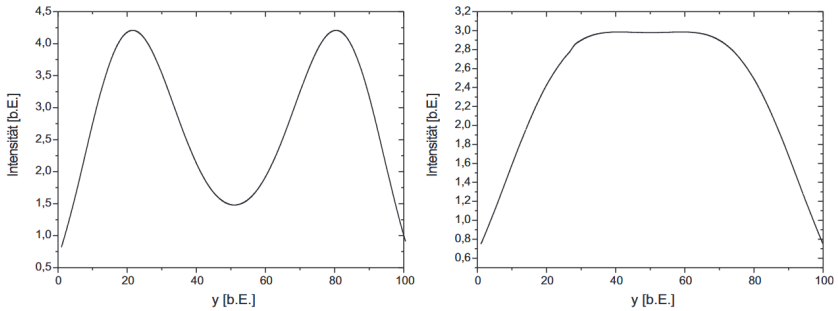


Abbildung 5: Rekonstruierter Doppelspalt beim Abschneiden des Maximums erster Ordnung

2 Messprotokoll

Messprotokoll 233 : Fourieroptik

21.02.25

Harish Mahendran
Jonas Schweer

Messgeräte:

- Diodenlaser 532nm
- Verschiedene Beugungsobjekte
- Verschiedene Sphärische Linsen
- Strahlenteiler
- Graufilter
- Spiegel
- Analysierspalt
- Modenblende
- CMOS - Kamera

Aufgabe 1:

Wir platzieren den variablen Einfachspalt als Objekt vor dem Laser. Wir justieren den Aufbau, bis beide Abbildungen scharf sichtbar sind.

Wir beobachten, was bei variieren der Einstellung des Objekts und des Analysespalts passiert

Tabelle 1: Quantitative Beobachtung

geänderte Einstellung	Auswirkung Beugungsbild	Auswirkung Objektbild
Vergrößerung der Spaltbreite	Abstand Nebenmaxima verkleinern sich	Spalt wird breiter
Spalt wird rotiert	Dreht sich	Dreht sich (entgegengesetzt)
Verkleinerung Analysespalt	Nebenmaxima werden ausgeblendet	Objektbild geht näher an Glockenform
Analysespalt mit Modenblende getauscht	0. Maximum nicht mehr sichtbar	Man sieht nur die Ränder des Spaltes

Aufgabe 2:

Wir stellen den Einzelspalt so ein, dass min. 5 Nebenmax in der Kamera erkennbar sind.

Wir vermessen das Maximum erster und nuller Ordnung:

Tabelle 2: Position und Intensität Maxima

	Position [pxl]	Intensität [b.E.]
0. Maximum	769 ± 5	830 ± 20
1. Minimum R	874 ± 5	1 ± 3
1. Minimum L	666 ± 5	1 ± 3
1. Maximum R	918 ± 5	37 ± 5
1. Maximum L	621 ± 5	36 ± 5

Nun wollen wir die Abzisse eichen. Dazu messen wir mit dem Curser das Beugungsminimum und schließenden Analysespalt soweit, bis es abgeschnitten wird

Tabelle 3: Analysespaltbreite um Minima abzuschirmen

Ord. Minima	Position [pxl]	Messuhr [µm]
5.	255 ± 3	980 ± 3
4.	356 ± 3	810 ± 3
3.	459 ± 3	560 ± 3
2.	561 ± 3	390 ± 3
1.	666 ± 3	170 ± 3

Aufgabe 3.

Wir wiederholen die Messung erneut, jedoch tauschen wir diesmal den Einzelspalt mit einem Doppelspalt aus.

Tabelle 4: Position und Intensität Maxima

	Position [pxl]	Intensität [b.E.]
0. Maximum	877 ± 3	1020 ± 10
1. Minimum R	897 ± 3	30 ± 3
1. Minimum L	858 ± 3	50 ± 5
1. Maximum R	911 ± 3	520 ± 10
1. Maximum L	844 ± 3	580 ± 10

Die Eichung müssen wir nicht nochmal durchführen.

Von den anderen beiden Spalten nehmen wir Fotos auf

Aufgabe 4:

Wir setzen wieder den Einzelspalt ein. Den Schirm platzieren wir mit etwas Entfernung hinter den Umlenkspiegel. Wir bestimmen die Intensitätsverteilung des Objektbildes.

→ Einzelspalt so verschieben, dass möglichst ideale Rechteckfunktion in Kamera erkennbar ist.

→ Nacheinander 0., 1., 2., zulassen

→ Mittels Bilder Intensitätsprofil & Spaltbreite bestimmen

Tabelle 5: Zulassung verschiedener Ordnungen

Zugelassen	Ordnung	Position [pxl]	Intensität [b.E.]	Spaltbreite [µm]
Nur Hauptmax.	0. Max	742 ± 5	905 ± 10	130 ± 5
Ordnungen 0, ±1	Max Links	641 ± 5	920 ± 10	220 ± 5
	Max rechts	863 ± 5	755 ± 10	
	Min	753 ± 20	475 ± 10	
Ordnungen 0, ±1, ±2	0. Max	760 ± 5	760 ± 10	315 ± 5
	1. Min Links	712 ± 5	680 ± 10	
	1. Min rechts	820 ± 5	590 ± 10	
	1. Max Links	612 ± 5	930 ± 10	
	1. Max rechts	881 ± 5	830 ± 10	
	Min Links	612 ± 5	725 ± 10	
	Min mitte	760 ± 5	555 ± 10	
	Min rechts	893 ± 5	625 ± 10	

Ordnungen				
0, ±1, ±2, ±3	2. Max links	575 ± 5	960 ± 10	490 ± 5
	1. Max links	662 ± 5	910 ± 10	
	1. Max rechts	845 ± 5	730 ± 10	
	2. Max rechts	922 ± 5	710 ± 20	

Spaltende	
	links: 532 ± 2
	rechts: 966 ± 2

Brennweite Linse: $f = 80\,mm$

Bildweite: $b = 35{,}0 \pm 1{,}0\,cm$

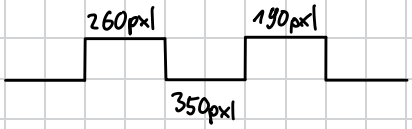
Aufgabe 5:

Wir spannen den Doppelspalt in den Strahlengang ein und stellen optimale Steilheit der Intensitätsbilder ein. Wir vermessen den Spalt bei diesen Einstellungen:

Bildweite: $(36{,}0 \pm 0{,}5)\,cm = b$

Gegenstandsweite: $(10{,}2 \pm 0{,}5)\,cm = g$

Abstand Spalte: 350pxl
Breite links: 260pxl
Breite rechts: 190pxl
Fehler: 14pxl



Nun schließen wir den Analysierspalt

Öffnungsweite bei: 2 gaußförmige Peaks: $(190 \pm 5)\,\mu m$

1 Flügel: $(40 \pm 5)\,\mu m$

25.02.25

3 Auswertung

3.1 Aufgabe 1

3.1.1 Eichung der Abszisse

Als aller erstes wollen wir eine Möglichkeit haben, um gemessene Pixellängen in Breite des Analysespaltes umzurechnen. Dafür nutzen wir unsere Daten aus Tabelle 2 des Messprotokolls. Diese plotten wir und fitten eine Gerade hindurch. die Steigung m dieser Geraden ergibt genau unseren Umrechnungsfaktor von [pxl] in [m]. Der Plot sieht so aus:

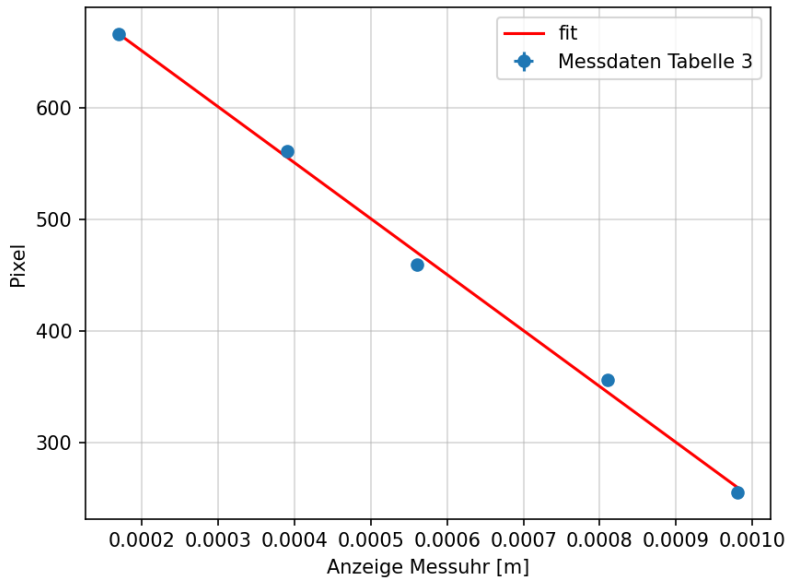


Abbildung 6: Abgeschnittene Pixel pro Anzeige der Messuhr

Der Absolutwert der Steigung lautet:

$$\boxed{|m| = (502000 \pm 5000)\frac{\text{pxl}}{\text{m}} = (502 \pm 5)\frac{\text{pxl}}{\text{mm}}}$$

3.1.2 Spaltbreite bestimmen

An einen Einzelspalt ist die Bedingung für destruktive Interferenz:

$$d \cdot \sin\alpha = n\lambda,\ n \in \mathbb{Z} \tag{33}$$

Dabei ist d die Breite des Spaltes und α der Winkel unter dem gemessen wird. Wenn wir nun in Abstand f das Interferenzmuster aufnehmen, gilt folgende Beziehung:

$$\tan\alpha = \frac{x}{f} \tag{34}$$

Dabei ist x der Abstand zwischen Hauptmaximum und Punkt, an dem gemessen wird. Setzten wir nun für kleine Winkel $\sin\alpha \approx \tan\alpha$ ein, so kann man den Spaltabstand berechnen durch:

$$d = \frac{n\lambda f}{x} \tag{35}$$

Wir können nun aus Tabelle 2 des Messprotokolls, sowie der Textdatei, die wir im Versuch gespeichert haben, die Lage der Maxima in [pxl] gegen ihre Ordnung plotten. Mit einem linearen Fit erhalten wir so die Steigung u in $\frac{\text{pxl}}{n}$. Mit unserem oben bestimmten $|m|$ können wir das nun umrechnen, sodass $\frac{u}{|m|} = \frac{x}{n}$ gilt. Setzen wir das nun ein, erhalten wir:

$$d = \frac{\lambda f |m|}{u} \tag{36}$$

Der Fehler davon ist dann nach Gauß:

$$\Delta d = d\sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta u}{u}\right)^2} \tag{37}$$

u bestimmen wir aus folgendem Plot:

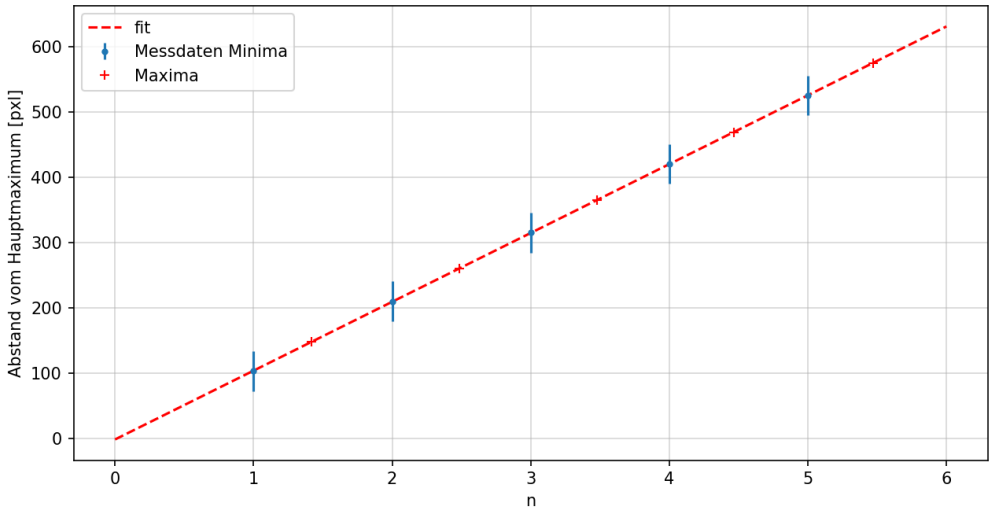


Abbildung 7: Lage der Minima bestimmter Ordnung

$$\boxed{u = (105 \pm 10)\text{pxl}}$$

Der Laser hat laut Praktikumsskript eine Wellenlänge von $\lambda \approx 532\,\text{nm}$, f war eingestellt als: $f = 80\,\text{mm}$. Somit erhalten wir:

$$\boxed{d = (0.203 \pm 0.019)\,\text{mm}}$$

Nun wollen wir die Intensitätsverhältnisse von Hauptmaximum zu den Nebenmaxima aus der Messung bestimmen. Da wir leider keine Messung haben, in der sowohl das Hauptmaximum als auch die Nebenmaxima mit Ordnung größer als 1 ungesättigt zu

sehen sind, müssen wir aus den Daten einer Messung das Verhältnis zwischen Hauptmaxima und Nebenmaxima erster Ordnung bestimmen, und aus einer zweiten die Verhältnisse zwischen Nebenmaxima erster Ordnung und den anderen bestimmen. Die theoretischen Verhältnisse lassen sich leicht aus der $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$-Funktion bestimmen.
Für die berechenbaren Verhältnisse gilt:

$$R_{0,1} = \frac{I_1}{I_0} \tag{38}$$

$$R_{1,n} = \frac{I_n}{I_1} \tag{39}$$

Wenn wir aus diesen nun $R_{0,n}$ bestimmen wollen, so können wir folgendes rechnen:

$$R_{0,n} = \frac{I_n}{I_0} = \frac{I_n}{I_1}\frac{I_1}{I_0} = R_{0,1} \cdot R_{1,n} \tag{40}$$

Um den Fehler abzuschätzen, legen wir eine tatsächliche $\mathrm{sinc}^2 x$ Funktion durch unsere beiden Messungen, und schauen uns das Verhältnis $\frac{I_{\text{theo}}}{I_{\text{exp}}}$ an. So versuchen wir ein Gefühl für die Abweichung von der tatsächlichen Funktion zu erhalten. (Da bei der Nebenmaximamessung der Fit nicht konvergieren wollte, wurde die Kurve von Hand möglichst optimal angepasst. Perfekt wird sie allerdings nicht sein.) Die Graphen für die Fehlerabschätzung sehen folgendermaßen aus:

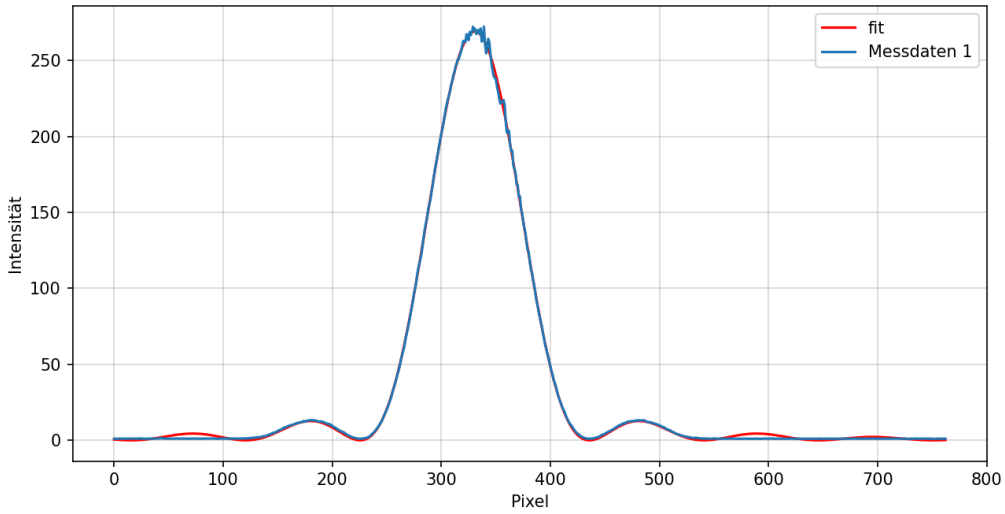


Abbildung 8: Messdaten mit Fit

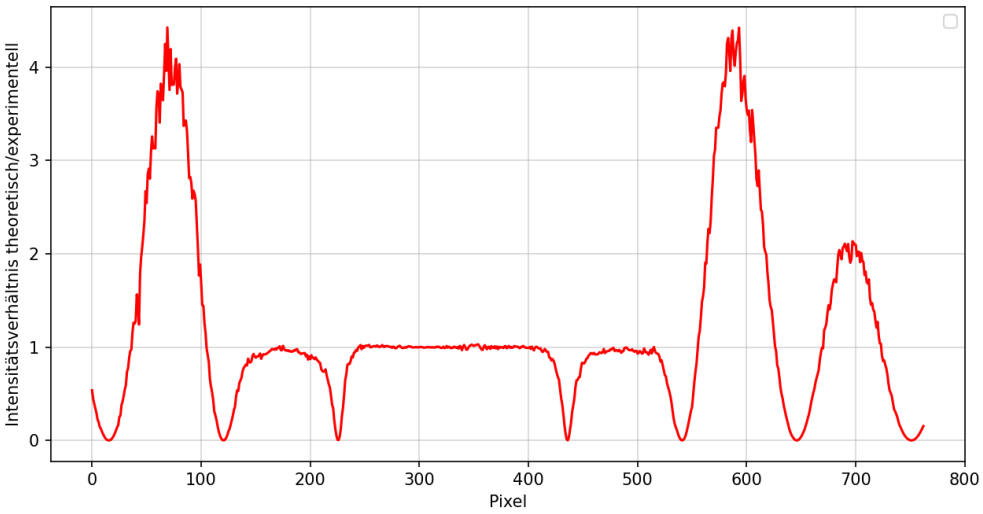


Abbildung 9: Verhältnis fit/experiment

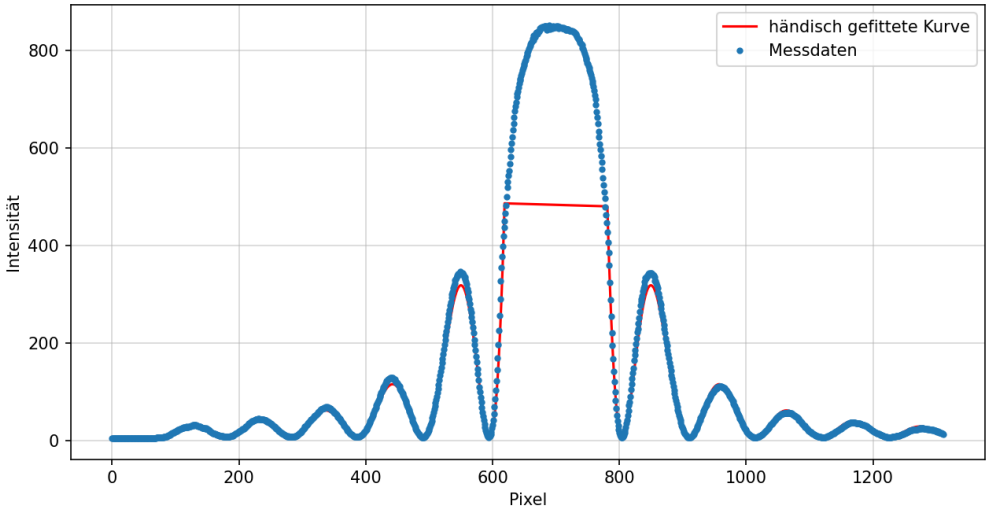


Abbildung 10: Messdaten mit Fit (ohne Hauptmaximum)

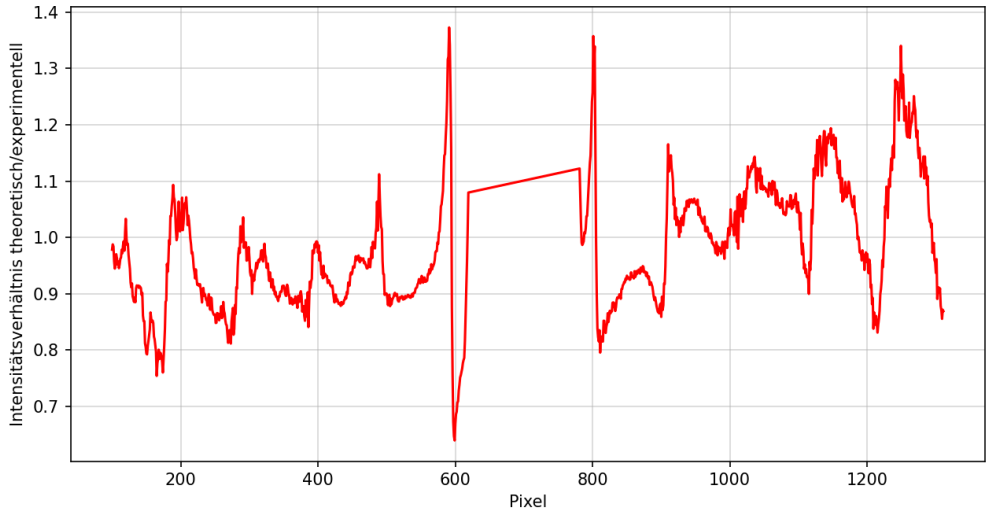


Abbildung 11: Verhältnis händischer fit/experiment

Wir sehen also, dass der Fit bei Hauptmaxima und Nebenmaxima der Ordnung 1 sehr gut übereinstimmen. In diesem Bereich ist das Verhältnis nahezu 1. Die Dips in Richtung 0 kommen nur daher, dass der theoretische Verlauf exakt null treffen müsste, unsere Messung das allerdings nicht getan hat. Die hohen Hügel links und rechts kommen daher, dass unsere Messung die Nebenmaxima Ordnung > 2 nicht aufgenommen hat, der theoretische Fit allerdings logischerweise schon. Daher schätzen wir den Fehler auf $\approx 5\%$.
Bei den Nebenmaxima schwankt das Verhältnis jedoch schon deutlich mehr. Vor allem schwankt es sowohl über, als auch unter 0. Eine Möglichkeit ist natürlich, dass der Fit ungenau ist. Auch denkbar ist allerdings, dass die schwachen Nebenmaxima durch Umgebungsfaktoren ungenau geworden sind. Wir legen hier den Fehler also höher bei $\approx 10\%$ an. Die Verhältnistabelle sieht dann so aus:

Nebenmaxima n	$R_{1,n}$	$R_{0,n}$	$R_{0,n,\text{theo}}$	Abweichung
1	–	$0{,}0490 \pm 0{,}0024$	0,0472	0.8
2	$0{,}33 \pm 0{,}03$	$0{,}0160 \pm 0{,}0018$	0,0165	0.28
3	$0{,}169 \pm 0{,}017$	$0{,}0083 \pm 0{,}0009$	0,0083	0
4	$0{,}109 \pm 0{,}011$	$0{,}0053 \pm 0{,}0006$	0,0050	0.5
5	$0{,}076 \pm 0{,}008$	$0{,}0037 \pm 0{,}0004$	0,0034	0.8

Tabelle 1: Intensitätsverhältnisse

Der Fehler der $R_{0,n}$ Werte (nicht für $n = 1$) wurde:

$$\Delta R_{0,n} = \sqrt{(R_{0,n}\Delta R_{1,n})^2 + (R_{1,n}\Delta R_{0,n})^2} \tag{41}$$

gerechnet. Die Abweichung wurde (und wird im folgenden Verlauf) berechnet durch:

$$\sigma = \frac{|x - y|}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \tag{42}$$

3.2 Aufgabe 2

In diesem Aufgabenteil wollen wir zuerst die Theoretische Beugungsstruktur des Doppelspaltes mit dem Einzelspalt als einhüllende plotten. Hierzu nutzen wir den Mittelwert der Spaltbreiten und den Spaltabstand aus Aufgabe 5 des Messprotokolls. Diese sind dann:

$$\boxed{\bar{d} = 225\,\text{pxl}\,,\ g = 575\,\text{pxl}}$$

Damit erhalten wir für das Verhältnis v zwischen Spaltabstand und Spaltbreite:

$$\boxed{v = 2.56}$$

Mit diesen Daten können wir nun den theoretischen Doppelspalt plotten und ihn mit dem gemessenen Vergleichen. Da wir leider bei der Messung nicht aufgepasst haben, haben wir schon wieder keine Messung, in der das Maximum in nicht überbelichtet ist. Allerdings haben wir die Intensität des Maxima nullter und erster Ordnung in einer Tabelle im Messprotokoll festgehalten. So können wir (analog zu Aufgabe 1) von dem Verhältnis der Maxima erster und zweiter Ordnung auf das Verhältnis nullter und zweiter Ordnung schließen:

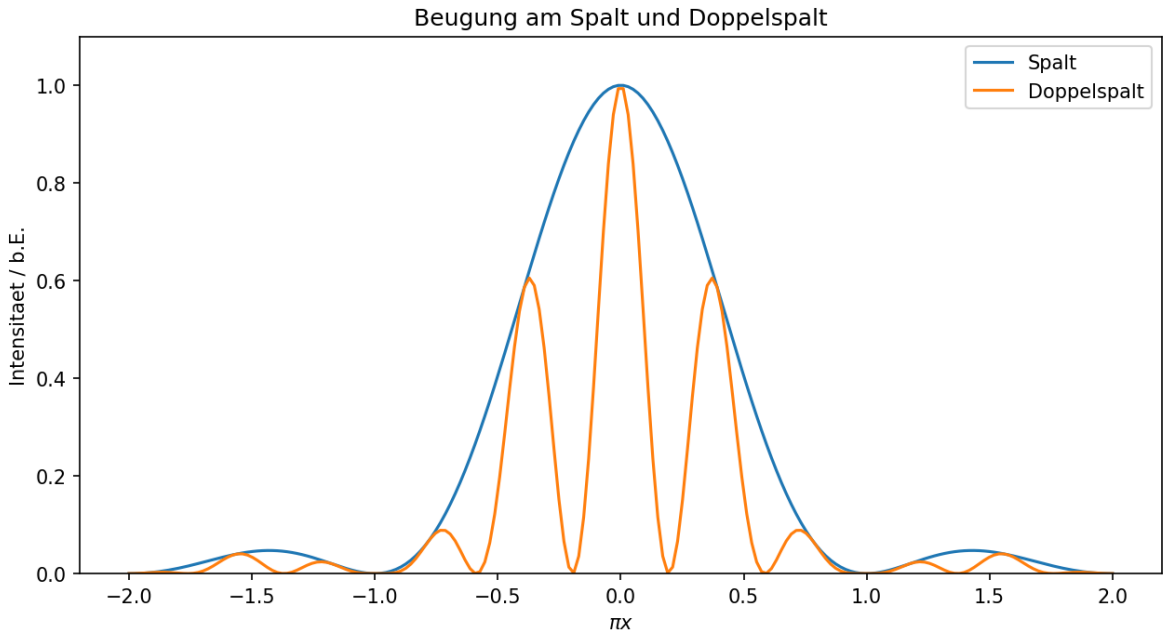


Abbildung 12: Theoretischer Doppelspalt

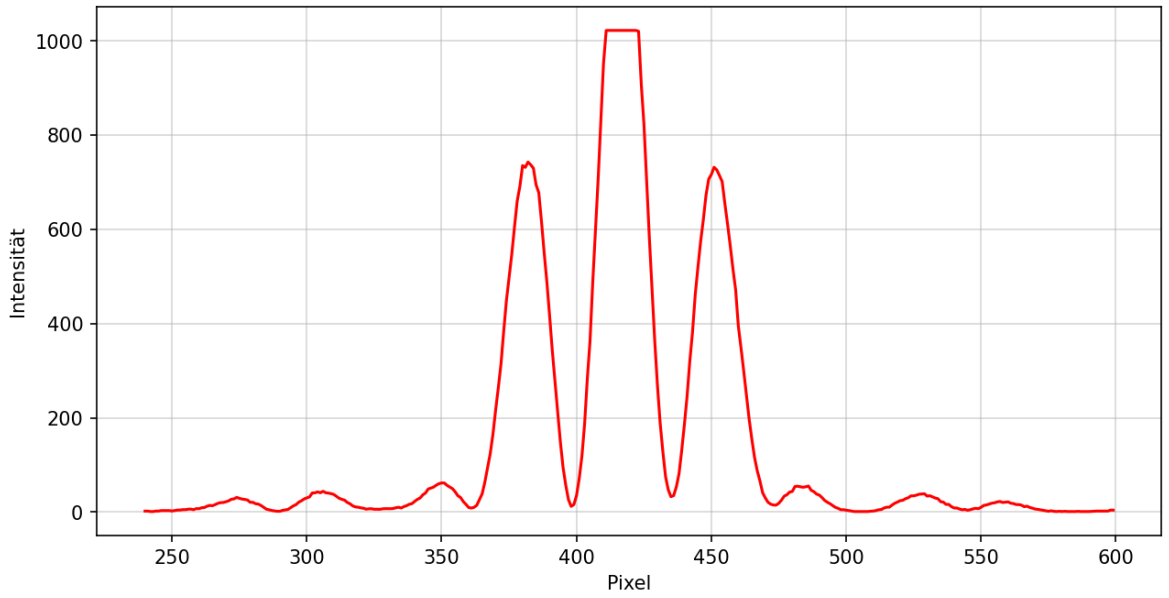


Abbildung 13: Gemessener Doppelspalt

Berechnen wir die Verhältnisse aus Tabelle 4 des Messprotokolls, so erhalten wir für links und rechts separat:

$$\boxed{R_{0,1,l} = 0.569 \pm 0.011\,,\ R_{0,1,r} = 0.510 \pm 0.011}$$

Die Intensitäten der Maxima erster und zweiter Ordnung unserer geplotteten Messung lauten:

Seite	links		rechts	
Ordnung	erste Ordnung	zweite Ordnung	erste Ordnung	zweite Ordnung
Intensität [b.E.]	743	62	732	55

Tabelle 2: Intensitäten aus Messung

Die Verhältnisse, die sich so aus unseren Ergebnissen berechnen lassen, sind dann:

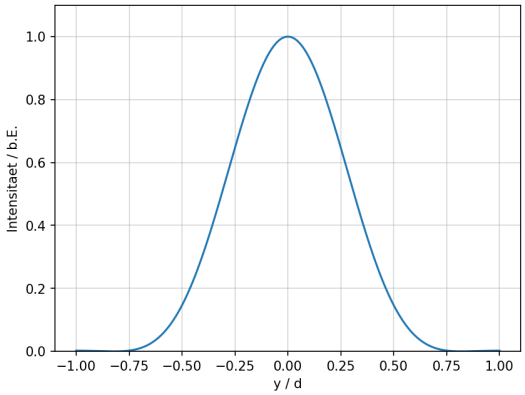
Seite	links		rechts	
Verhältnis	$R_{0,1}$	$R_{0,2}$	$R_{0,1}$	$R_{0,2}$
Wert	0.569 ± 0.011	0.047 ± 0.005	0.510 ± 0.011	0.038 ± 0.004
Theoretisch	0.54	0.04	0.54	0.04
Abweichung	2.6	1.4	2.7	0.5

Tabelle 3: Verhältnisse der Intensitäten

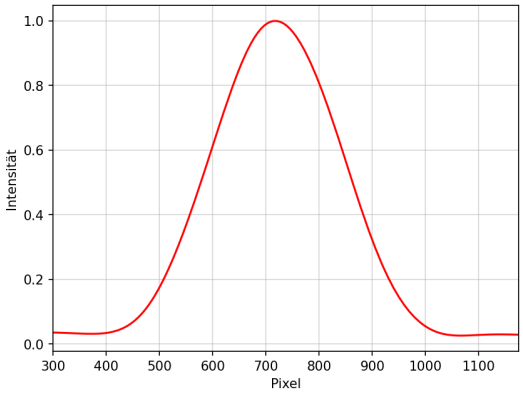
Man erkennt anhand der beiden Plots allerdings schon recht gut, dass theoretische Erwartung und tatsächliche Messung gut miteinander übereinstimmen. Die größeren Abweichungen kommen vermutlich durch eine nicht ganz symmetrische Einstellung der Messung - mehr dazu aber in der Diskussion. Die Minima der Messung lassen sich gut Doppel- und Einzelspalt zuordnen, wenn man den Blick auf die theoretische Verteilung wirft.

3.3 Aufgabe 3

Nun wollen wir uns das Verhalten des Objektbilds des Einzelspalten noch einmal genauer analysieren. Dafür haben wir nach und nach einige Ordnungen des Beugungsbildes mit dem Analysespalt abgeschnitten und uns anschließend das Objektbild angeschaut. Diesen haben wir mittels FFT-Filtering bereinigt und anschließend einen zweidimensionalen Intensitätsverlauf gespeichert. Mit Python haben wir außerdem noch die theoretisch erwarteten Ergebnisse generieren lassen können. Die experimentellen sowie theoretischen Plots sehen folgendermaßen aus:

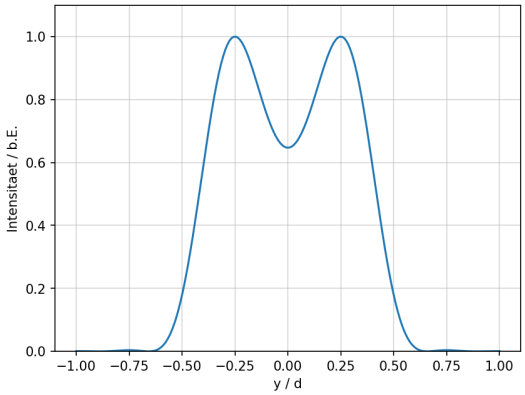


(a) Theoretischer Plot

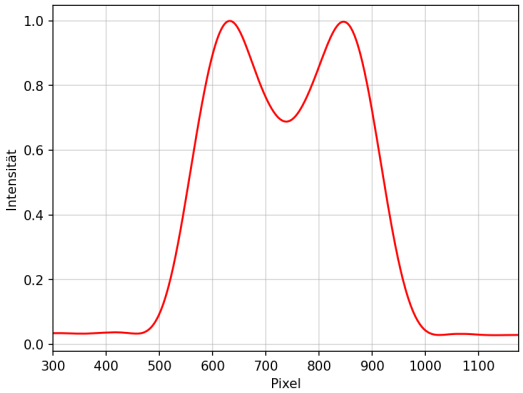


(b) Experimenteller Plot

Abbildung 14: Nur Hauptmaxima zugelassen

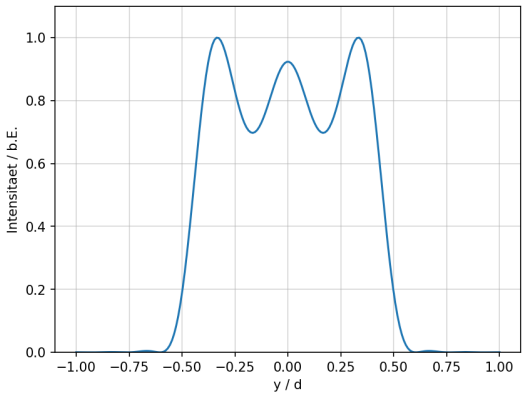


(a) Theoretischer Plot

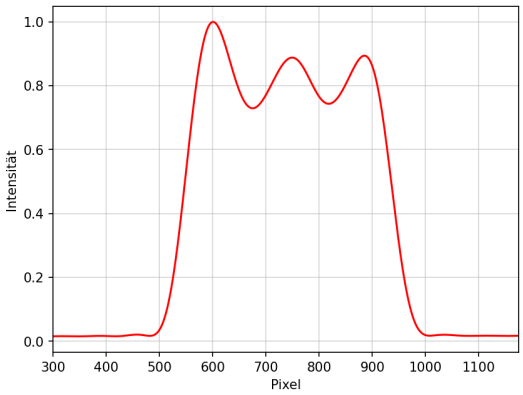


(b) Experimenteller Plot

Abbildung 15: Ein Nebenmaxima zugelassen

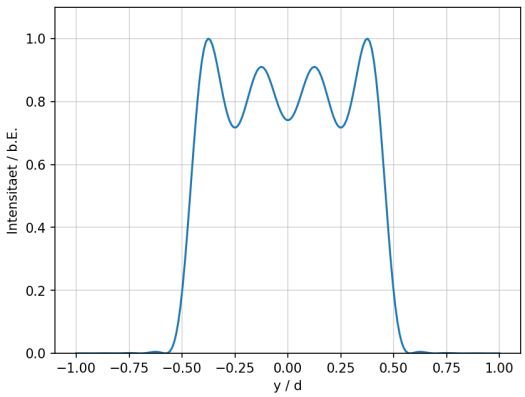


(a) Theoretischer Plot

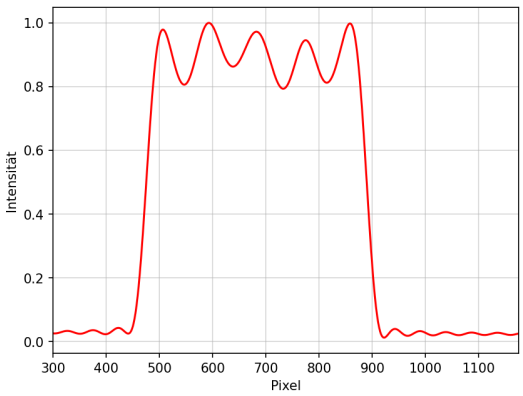


(b) Experimenteller Plot

Abbildung 16: Zwei Nebenmaxima zugelassen

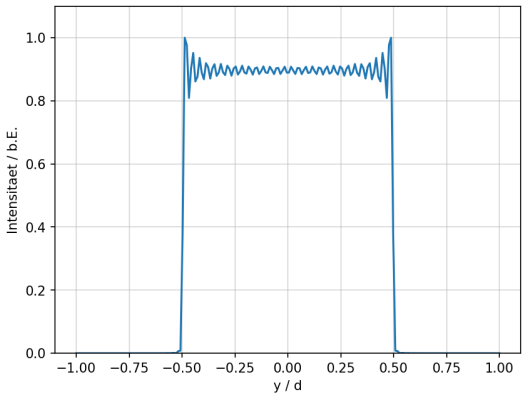


(a) Theoretischer Plot

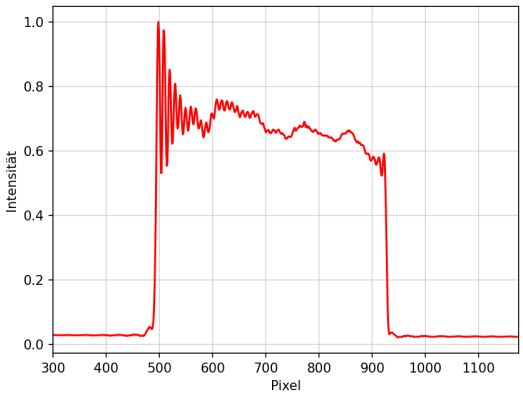


(b) Experimenteller Plot

Abbildung 17: Drei Nebenmaxima zugelassen



(a) Theoretischer Plot



(b) Experimenteller Plot

Abbildung 18: Analysespalt weit geöffnet (im theoretischen Plot sind 30 Maxima zugelassen)

Wir sehen also, dass bei 0, 1 und 2 zugelassenen Ordnungen der theoretische und experimentelle Plot sehr nah beieinander liegen. Die Zahl der "Dips zwischen den beiden Rändernßtimmt mit den zugelassenen Nebenordnungen beide Male überein (1 zugelassenes Nebenmaxima → ein Dip in der Mitte). Bei 3 zugelassenen Maxima ist das allerdings anders. Hier haben wir theoretisch nur 3 Dips in der Mitte, experimentell sind es aber 4. Das deutet darauf hin, dass wir aus Versehen 4 Nebenmaxima zugelassen haben. Vergleichen wir dafür die theoretische Erscheinung:

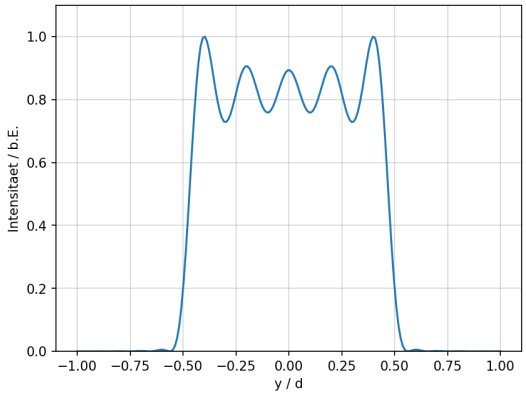


Abbildung 19: theoretische Intensitätsverteilung bei 4 Nebenmaxima

sehen wir eine deutlich bessere Übereinstimmung. Nun wollen wir für die verschiedenen Messungen die Lage und Intensitätsverhältnisse der "Wiggles"vergleichen. Dabei multiplizieren wir Skalierung der theoretischen Abstände mit unsere im Messprotokoll notierten Spaltbreite ($d = (434.0 \pm 2.8)\,\text{pxl}$). Auch gehen wir nun davon aus, dass wir tatsächlich 4 statt 3 Maxima zugelassen haben. Die Tabellen der Abstände lauten:

	$d_{1,\text{links}}$ [pxl]	$d_{1,\text{rechts}}$ [pxl]
Theoretisch	106.9 ± 0.7	106.9 ± 0.7
Experimentell	106 ± 4	107 ± 4
Abweichung	0.22	0.02

Tabelle 4: Abstand der Extrema zum Zentrum bei einem Nebenmaxima

	$d_{1,\text{links}}$ [pxl]	$d_{2,\text{links}}$ [pxl]	$d_{1,\text{rechts}}$ [pxl]	$d_{2,\text{rechts}}$ [pxl]
Theoretisch	72.0 ± 0.5	146.1 ± 1.0	72.0 ± 0.5	146.1 ± 1.0
Experimentell	73.0 ± 4	148 ± 4	69.0 ± 4	135.9 ± 4
Abweichung	0.25	0.46	0.7	2.5

Tabelle 5: Abstand der Extrema zum Zentrum bei zwei Nebenmaxima

links				
	d_1 [pxl]	d_2 [pxl]	d_3 [pxl]	d_4 [pxl]
Theoretisch	41.44 ± 0.27	85.1 ± 0.5	128.7 ± 0.8	172.3 ± 1.1
Experimentell	45 ± 4	90 ± 4	136 ± 4	176 ± 4
Abweichung	0.9	1.2	1.8	0.9
rechts				
	d_1 [pxl]	d_2 [pxl]	d_3 [pxl]	d_4 [pxl]
Theoretisch	41.44 ± 0.27	85.1 ± 0.5	128.7 ± 0.8	172.3 ± 1.1
Experimentell	50 ± 4	92 ± 4	132 ± 4	175 ± 4
Abweichung	2.1	1.7	0.8	0.7

Tabelle 6: Abstand der Extrema zum Zentrum bei vier Nebenmaxima

Die Tabellen der Intensitätsverhältnisse (mit experimentellem Ablesefehler von 10%) lauten:

	$\frac{I_{1,\mathrm{l}}}{I_0}$	$\frac{I_{1,\mathrm{r}}}{I_0}$
Theoretisch	1.54	1.54
Experimentell	1.45 ± 0.14	1.45 ± 0.15
Abweichung	0.64	0.60

Tabelle 7: Intensitätsverhältnisse zum Beugungszentrum, ein Nebenmaxima

	$\frac{I_{1,\mathrm{l}}}{I_0}$	$\frac{I_{2,\mathrm{l}}}{I_0}$	$\frac{I_{1,\mathrm{r}}}{I_0}$	$\frac{I_{2,\mathrm{r}}}{I_0}$
Theoretisch	0.76	1.08	0.76	1.08
Experimentell	0.82 ± 0.08	1.13 ± 0.11	0.84 ± 0.08	1.01 ± 0.10
Abweichung	0.75	0.45	1.0	0.7

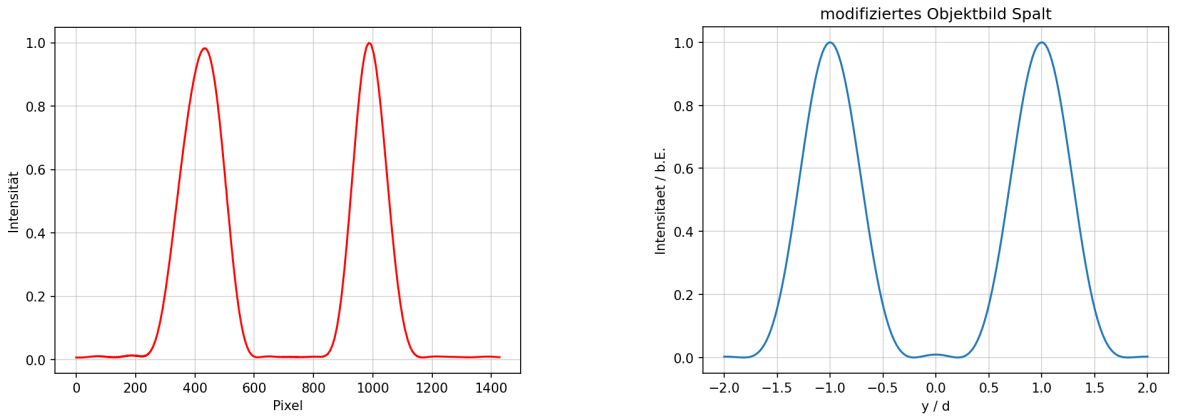
Tabelle 8: Intensitätsverhältnisse zum Beugungszentrum, zwei Nebenmaxima

links				
	$\frac{I_1}{I_0}$	$\frac{I_2}{I_0}$	$\frac{I_3}{I_0}$	$\frac{I_4}{I_0}$
Theoretisch	0.85	1.01	0.82	1.12
Experimentell	0.89 ± 0.09	1.03 ± 0.10	0.82 ± 0.08	1.01 ± 0.10
Abweichung	0.44	0.20	0.00	1.10
rechts				
	$\frac{I_1}{I_0}$	$\frac{I_2}{I_0}$	$\frac{I_3}{I_0}$	$\frac{I_4}{I_0}$
Theoretisch	0.85	1.01	0.82	1.12
Experimentell	0.82 ± 0.08	0.97 ± 0.10	0.84 ± 0.08	1.03 ± 0.10
Abweichung	0.38	0.40	0.25	0.90

Tabelle 9: Intensitätsverhältnisse zum Beugungszentrum, vier Nebenmaxima

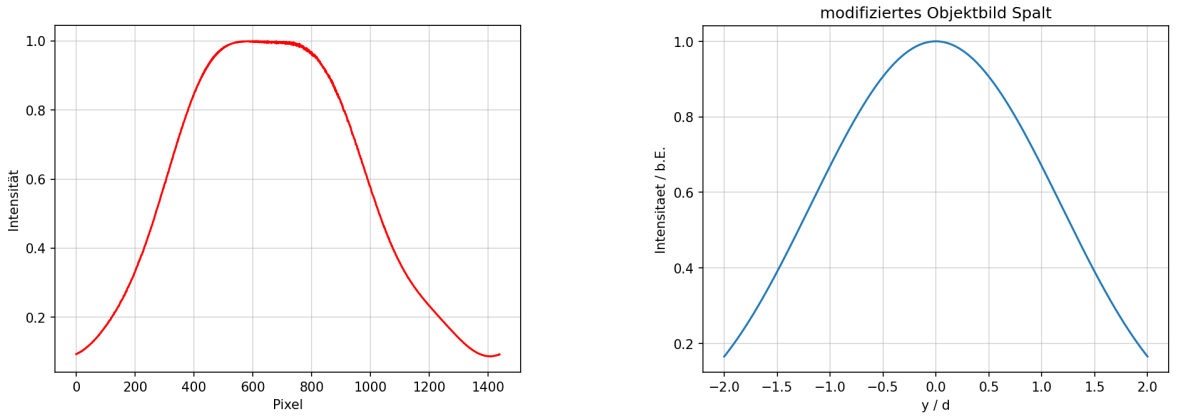
3.4 Aufgabe 4

Nun wollen wir das Bild des Doppelspalts einmal bei zulassen einer Beugungsordnung und einmal im Plateau-Fall mit der Theorie Vergleichen. Dafür plotten wir einmal die Messdaten und das theoretische Bild. Für den Plateaufall variieren wir das n so lange im Intervall $1 > n > 0$, bis es am ehesten mit unserer Messung übereinstimmt. Da wir vermutlich schon wieder etwas im übersteuerten gelandet sind (ich sehe hier ein Muster), konzentrieren wir uns dabei eher auf den Anstieg. Die Plots sehen dann so aus:



(a) Experimenteller Plot $n = 1$ (b) Theoretischer Plot $n = 1$

Abbildung 20: Ein Maxima zugelassen



(a) Experimenteller Plot $n = 0.2$ (b) Theoretischer Plot $n = 0.2$

Abbildung 21: Zwei Nebenmaxima zugelassen

Nun können wir mittels der bereits in Aufgabe 2 bestimmten Spaltbreite d jeweils den Wert für $k_{y,n}$ nach folgender Formel bestimmen:

$$k_{y,n} = \frac{2\pi n}{d} \tag{43}$$

$$\Delta k_{y,n} = k_{y,n} \frac{\Delta d}{d} \tag{44}$$

Aus den im Messprotokoll festgehaltenen Daten können wir den Wert zudem noch bestimmen durch:

$$k_{y,\text{exp}} = \frac{\pi d_{\text{Anaspalt}}}{\lambda f} \tag{45}$$

$$\Delta k_{y,\text{exp}} = k_{y,n} \frac{\Delta d_{\text{Anaspalt}}}{d_{\text{Anaspalt}}} \tag{46}$$

Die Ergebnisse sind somit:

n	1	0.2
$k_{y,\text{exp}}\,[\text{m}^{-1}]$	14000 ± 400	3000 ± 400
$k_{y,n}\,[\text{m}^{-1}]$	14020 ± 130	2803 ± 26
Abweichung	0.05	0.49

Tabelle 10: $k_{y,n}$ bei verschiedenen n

4 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch haben wir den Zusammenhang der Fouriertransformation eines Beugungsobjektes mit dessen Form angeschaut. Insbesondere haben wir uns den Einzel- und Doppelspalt angeschaut. Mittels eines Strahlenteilers konnten wir dabei gleichzeitig Objektbild und Beugungsbild analysieren und die Veränderung des einen mit einer Änderung des Anderen in Zusammenhang bringen.
Zu aller erst haben wir einen Vorversuch durchgeführt. In diesem ging es uns darum, festzustellen, welche Auswirkungen die Einstellungen des Aufbaus auf das Beugungs- und Objektbild haben. Dabei haben wir:

- Die Spaltbreite vergrößert
- Den Spalt rotiert
- Den Analysespalt verkleinert
- Den Analysespalt mit einer Modenblende ausgetauscht

Die Beobachtungen haben wir im Messprotokoll festgehalten.
In Hauptversuch eins haben wir dann zu aller erst die Abszisse geeicht, um so die Pixeleinheit der Kamera in SI-Längeneinheiten umrechnen zu können. Anschließend haben wir mit der Lage der Minima die Breite des Einzelspalts berechnen können. Wir erhielten:

$$\boxed{d = (0.203 \pm 0.019)\,\text{mm}}$$

Anschließend haben wir Anhand unserer Messungen das Verhältnis der Intensität der Nebenmaxima mit dem theoretisch erwarteten Verhältnis einer $\text{sinc}^2 x$-Funktion verglichen und kamen dabei auf sehr geringe Abweichungen von maximal $\sigma = 0.8$, obwohl wir einen Umweg aufgrund nicht vollständiger Messungen gehen mussten. Es ist also nicht davon auszugehen, dass sonstige systematische Fehler vorgekommen sind und

wir konnten die Theorie des Beugungsbildes des Einzelspalts bestätigen. Zu bemerken ist allerdings, dass unsere Messdaten mit dem übersteuerten Hauptmaximum im Vergleich zu der Theorie doch etwas verrauschter ist, und die Intensitäten der Maxima sowohl zu groß, als auch zu klein ausfallen. Das weißt darauf hin, dass die Ergebnisse durch die Umgebungsbeleuchtung ($\rightarrow$ Bildschirm und Lampe) die Messung ungenauer gemacht hat. Dementsprechend haben wir allerdings auch den Fehler größer gewählt. Für optimale Ergebnisse müsste man allerdings vor jeder Messung den Raum komplett abdunkeln.
In Aufgabe 2 haben wir nun den Einzelspalt mit einem Doppelspalt ausgetauscht. Auch hier haben wir wieder sowohl den theoretischen als auch den experimentellen Verlauf geplottet und miteinander Verglichen. Ähnlich wie in Aufgabe 1 musste wir auch hier wieder für die Nebenmaxima mit Ordnung > 1 einen Zwischenschritt gehen. Hier sind allerdings im Vergleich zu Aufgabe 1 etwas größere Abweichungen zu sehen. Zwar liegen sie alle noch im 3-σ-Bereich, allerdings lohnt es sich trotzdem, mögliche Fehler zu diskutieren. Ein möglicher Fehler wäre beispielsweise eine nicht symmetrische Ausleuchtung des Spalts. Da allerdings sowohl im Plot als auch in der Tabelle im Messprotokoll die linke und rechte Seite sehr symmetrisch wirkt, halte ich es für Wahrscheinlicher, dass der Laser eventuell nicht ganz scharf gestellt war, und so die Maxima etwas ineinander verwaschen wurden. Erstaunlich ist, dass das rechte Verhältnis $R_{0,2}$ nur eine Abweichung von 0.5σ aufweist, obwohl es mit Hilfe des Verhältnisses $R_{0,1}$ berechnet wurde, welches eine 2.7σ-Abweichung darstellt. Hier haben sich die Fehler vermutlich gegenseitig relativiert.
In den folgenden Aufgaben haben wir uns nun die Auswirkungen auf das Objektbild angeschaut, wenn wir das Beugungsbild manipulieren. Bei dem Einzelspalt haben wir bei verschiedenen zugelassenen Ordnungen sowohl Abstand als auch Intensität der Extrema im Vergleich zum Zentrum angeschaut und ebenfalls wieder mit der theorie Verglichen. Dabei ist uns aufgefallen, dass unsere als "drei Nebenmaxima zugelassen"bezeichnete Messung mehr Übereinstimmung mit dem theoretischen Plot des "vier Nebenmaxima zugelassenSSzenarios zeigte. Wir sind also im Vergleich davon ausgegangen, dass der Spalt falsch eingestellt war. Der Abstand zur Bildmitte, sowie die Intensitäten der Extrema wiesen dabei keine signifikanten Abweichungen auf. Das ist zum Teil sicher auch dadurch bedingt, dass ein Fehler von 10% vermutlich doch etwas sehr groß angesetzt wurde. Allerdings würde auch bei einem kleineren Fehler vermutlich keine signifikante Abweichung auftreten. Lediglich bei der Messung mit vier Nebenmaxima, allerdings machen sich hier dann auch schon asymmetrische Einstellungen sowie Hintergrundbeleuchtung bemerkbar. Außerdem ist davon auszugehen, dass der Spalt eher auf 3.5 Nebenmaxima eingestellt war, das Ziel war ja ursprünglich 3. Trotzdem kann man auch hier davon ausgehen, dass wir die Theorie des Versuches überprüfen konnten, und zumindest bei 0-2 Nebenmaxima keine größeren systematischen Fehler passiert sind.
Als letztes haben wir uns das Objektbild des Doppelspalts sowohl beim Verschmelzen der Peaks, als auch bei zugelassenem Hauptmaxima angeschaut und (erneut) mit der Theorie verglichen. Aus den zugelassenen n (beim Verschmelzen konnten wir nur annähern) konnten wir dann letztendlich den Wellenvektor $k_{y,n}$ bestimmen. Einen Vergleichswert erhielten wir aus den Einstellungen des Analysespaltes, sowie der Brennweite der Linse. Beides wurde im Messprotokoll festgehalten. Erneut fielen die Abweichungen sehr gering aus und sind somit nicht signifikant.
Alles in allem konnten wir bei diesem Versuch also erfolgreich Theorie und Beobach-

tung der Lichtbeugung in Einklang bringen und überprüfen. Bei einem erneuten Versuch würde ich vor allem darauf achten, dass alle Messungen sauber und in der richtigen Intensität aufgenommen wurden. So kann zum Beispiel in den ersten Versuchsteilen direkt das Verhältnis zwischen Haupt- und Nebenmaxima bestimmen und muss nicht über das Verhältnis nullter und erster Ordnung gehen. Auch denke ich, dass ein komplettes Abdunkeln des Raumes kurz vor der Aufnahme der Messung einige Fehler unterdrücken würde. Das würde natürlich auch bedeuten, dass man nicht unbedingt mit mehreren Gruppen in einem Raum arbeiten kann, oder sich sehr gut abstimmen muss, was in diesem Fall natürlich nicht möglich war. Man könnte aber auch schon durch wegdrehen des Monitors und ausschalten der eigenen Lampe die Messergebnisse deutlich bereinigen. Denkbar wäre auch, eine zweite Kamera zu installieren, mit der man (vor allem bei der Manipulation des Beugungsbildes) besser sehen kann, wie viele Maxima zugelassen sind. Die Projektion auf den Schirm war doch sehr klein.

5 Anhang

Versuch 233

April 12, 2025

Versuch 233: Fourieroptik

[215]:
```
#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.constants as c
from scipy.optimize import curve_fit
from scipy.integrate import quad
```

[216]:
```
#Dateipfade
INPUT_DIRECTORY = "./Input/Versuch 233/"
OUTPUT_DIRECTORY = "./Output/Versuch 233/"
```

[217]:
```
#benötigte Funktionen A1
def lin(x,a,b):
    return a*x + b
def lininv(x,a,b):
    return (x-b)/a
def sinc2(x, a, b, c):
    z = c * (x - b)
    sinc_term = np.where(z == 0, 1.0, np.sin(z) / z)
    return a * sinc_term**2
```

[218]:
```
#Messdaten Aufgabe 2
#Tabelle 2
tab2_pxl, tab2_Delta_pxl = (np.array([621,666,769,874,918]),
                            np.array([5,5,5,5,5]))
tab2_inten, tab2_Delta_inten = (np.array([36,1,830,1,37]),
                                np.array([5,3,20,3,5]))

tab3_pxl, tab3_Delta_pxl = (np.array([255,356,459,561,666]),
                            np.array([3,3,3,3,3]))
tab3_anaspalt, tab3_Delta_anaspalt = (np.array([980,810,560,390,170])*1e-6,
                                      np.array([3,3,3,3,3])*1e-6)

data1_pxl, data1_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 2/Messung_n5Min.
 ↪txt", unpack=True)
```

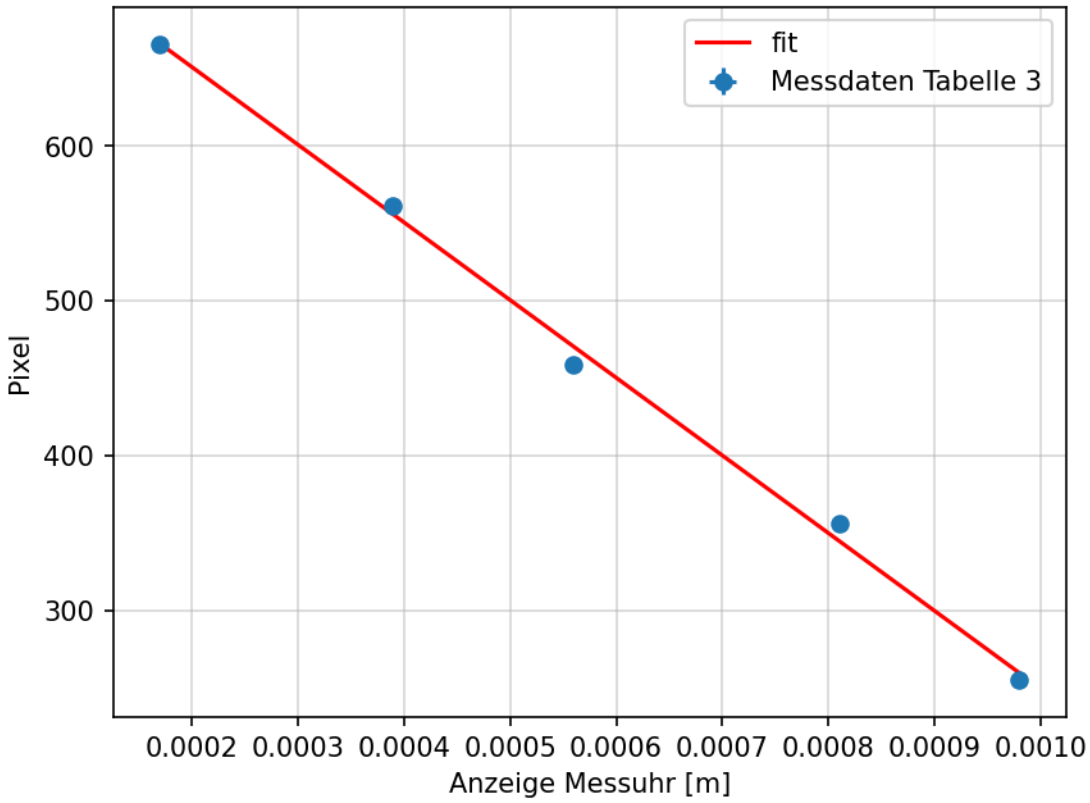
```
data2_pxl, data2_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 2/Messung_0Max.
↪txt", unpack=True)
```

Abszisse eichen

[219]:
```
popt1, pcov1 = curve_fit(lin, tab3_anaspalt, tab3_pxl, sigma=tab3_Delta_pxl,␣
↪absolute_sigma=True)
popt1[0], np.sqrt(pcov1[0][0])
```

[219]:
```
(np.float64(-501925.8407339809), np.float64(4643.050627997872))
```

[220]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.errorbar(tab3_anaspalt, tab3_pxl, yerr=tab3_Delta_pxl,␣
↪xerr=tab3_Delta_anaspalt, fmt='o', label='Messdaten Tabelle 3')
plt.plot(tab3_anaspalt, lin(tab3_anaspalt, *popt1), 'r-', label = "fit")
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel("Anzeige Messuhr [m]")
plt.ylabel("Pixel")
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot1.png")
```



Lage der Minima und Maxima n-ter Ordnung

[221]:
```
hauptmax = 700
Delta_hauptmax = 30
n = np.array([1,2,3,4,5])
min_data1 = np.array([803,910,1015,1120,1225])
dis_min_data1 = min_data1 - hauptmax
Delta_dis_min_data1 = np.sqrt((5)**2 + (Delta_hauptmax)**2)
max_data1 = np.array([848,960,1065,1169,1275])
dis_max_data1 = max_data1 - hauptmax

plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(data1_pxl, data1_inten, '.', label='Messung n=5min')

plt.axvline(hauptmax, color='black', lw=0.7)
plt.axvline(hauptmax + Delta_hauptmax, color='black', lw=0.5, ls = '--')
plt.axvline(hauptmax - Delta_hauptmax, color='black', lw=0.5, ls = '--')

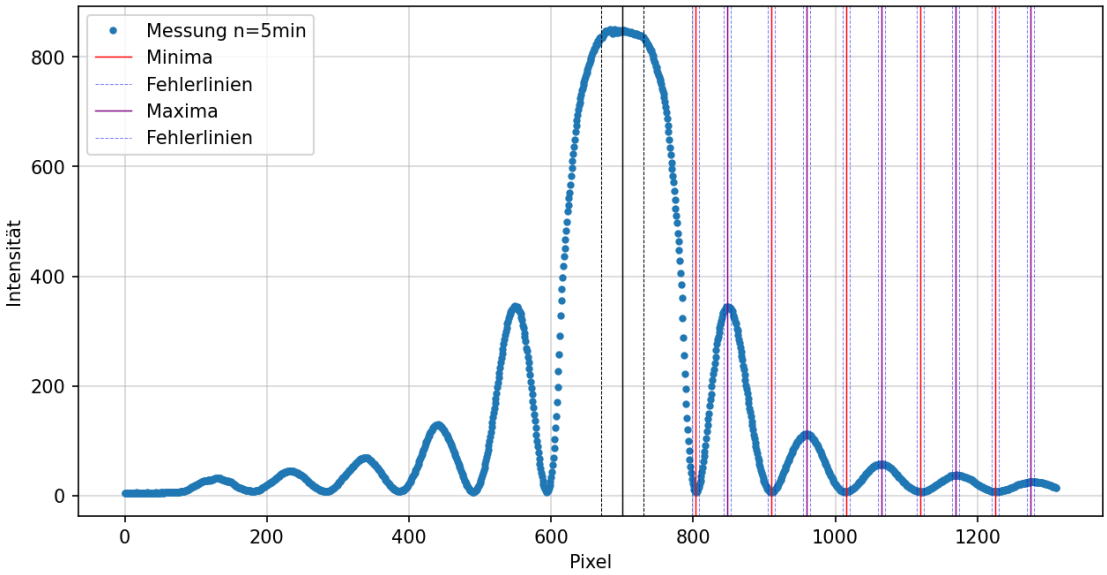
labeled = False

for i in min_data1:
    plt.axvline(i, color='red', label='Minima' if not labeled else None, lw = 0.
 ↪7)
    plt.axvline(i+5, color='blue', linestyle='--', label='Fehlerlinien' if not␣
 ↪labeled else None, alpha=0.5, lw=0.5)
    plt.axvline(i-5, color='blue', linestyle='--', alpha=0.5, lw=0.5)
    labeled = True

labeled = False

for i in max_data1:
    plt.axvline(i, color='purple', label='Maxima' if not labeled else None, lw␣
 ↪= 0.7)
    plt.axvline(i+5, color='blue', linestyle='--', label='Fehlerlinien' if not␣
 ↪labeled else None, alpha=0.5, lw=0.5)
    plt.axvline(i-5, color='blue', linestyle='--', alpha=0.5, lw=0.5)
    labeled = True

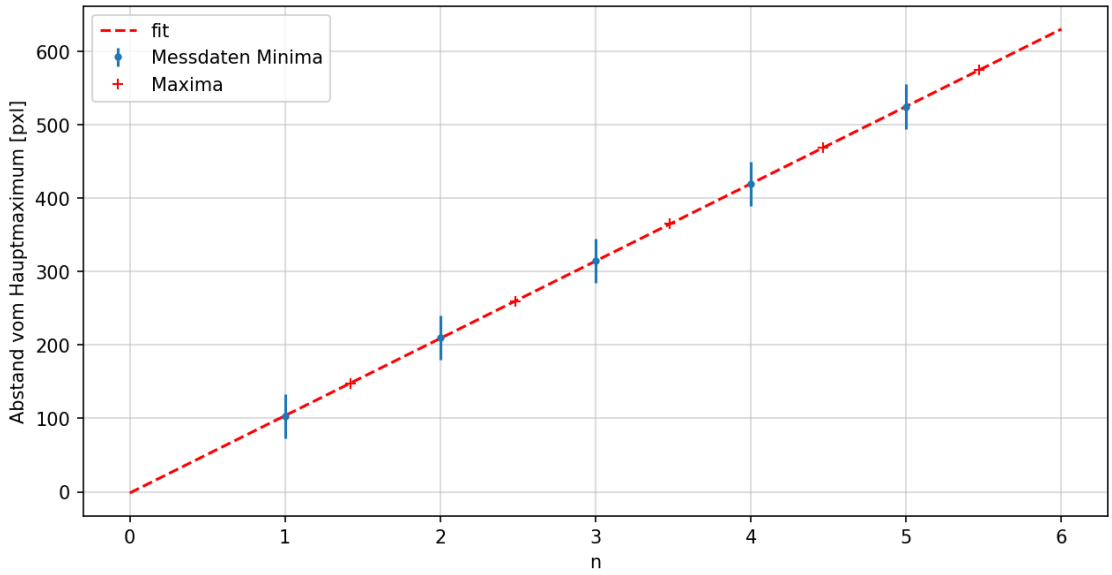
plt.legend()
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
```



[222]:
```
popt2, pcov2 = curve_fit(lin, n, dis_min_data1, sigma=Delta_dis_min_data1,␣
↪absolute_sigma=True)
popt2[0], np.sqrt(pcov2[0][0])
```

[222]:
```
(np.float64(105.39999971156897), np.float64(9.617678163418493))
```

[223]:
```
x = np.linspace(0, 6, 100)
plt.figure(dpi = 150, figsize=(10, 5))
plt.plot(x, lin(x, *popt2), 'r--', label = "fit")
plt.errorbar(n, dis_min_data1, yerr=Delta_dis_min_data1, fmt='.',␣
↪label='Messdaten Minima')
plt.errorbar(lininv(dis_max_data1, *popt2),dis_max_data1, fmt="r+",␣
↪label='Maxima')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("Abstand vom Hauptmaximum [pxl]")
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot2.png")
```



[224]:
```
#Lage der Maxima
print(lininv(dis_max_data1, *popt2))
```

```
[1.41935483 2.48197343 3.47817837 4.46489564 5.47058824]
```

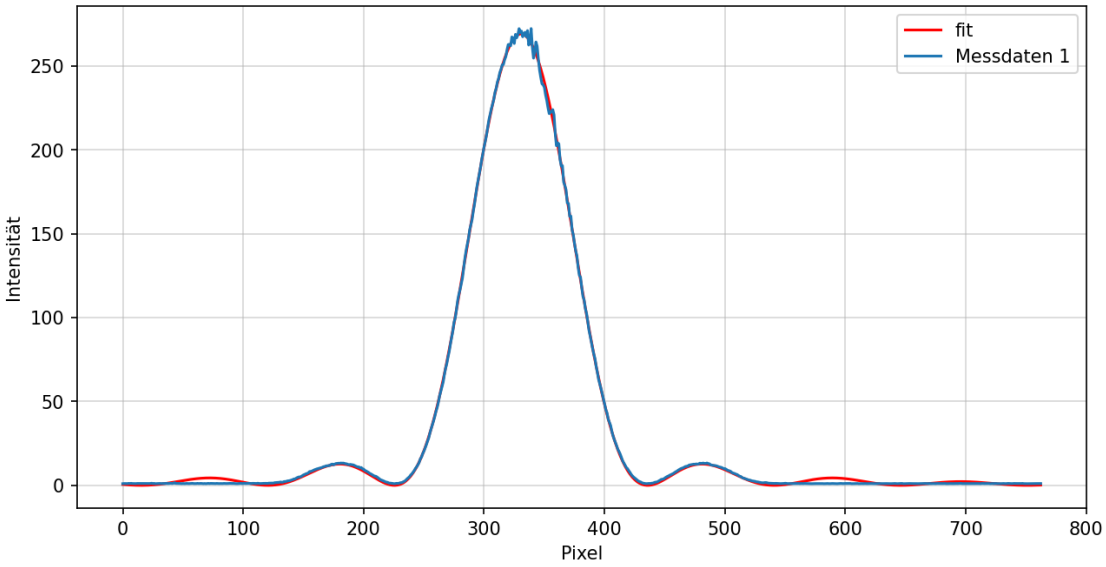
[225]:
```
lam = 532e-9
f = 80e-3
d = lam * f * np.abs(popt1[0])/popt2[0]
Delta_d = d * np.sqrt((np.sqrt(pcov1[0][0])/popt1[0])**2 + (np.
  ↪sqrt(pcov2[0][0])/popt2[0])**2)
d, Delta_d
```

[225]:
```
(np.float64(0.00020267517874853928), np.float64(1.8588760797842574e-05))
```

Sinc-Funktion fitten

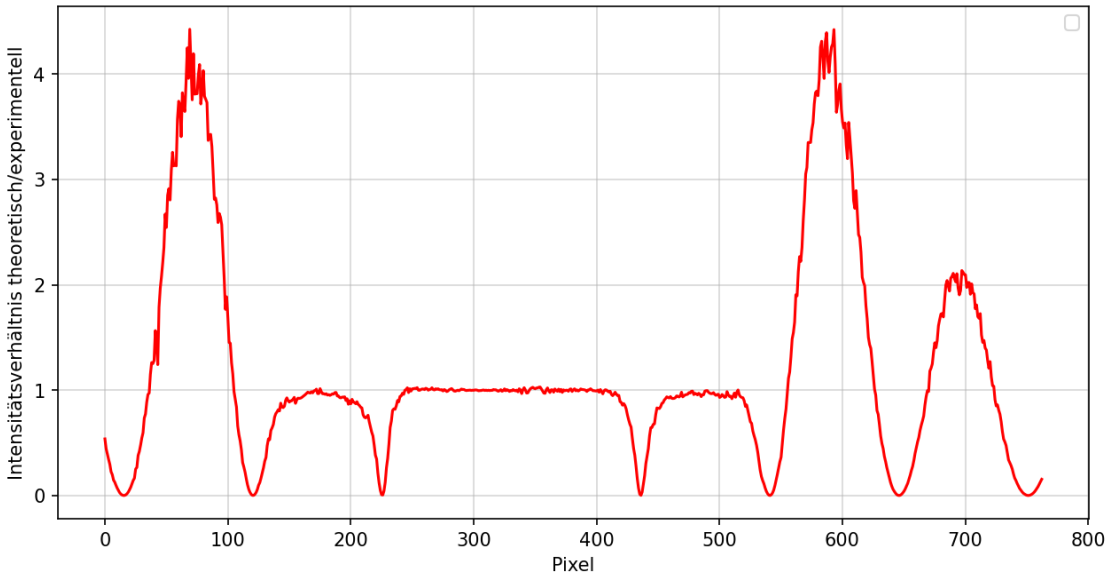
[226]:
```
popt3, pcov3 = curve_fit(sinc2, data2_pxl, data2_inten)
```

[227]:
```
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.errorbar(data2_pxl, data2_inten, label='Messdaten 1')
plt.plot(data2_pxl, sinc2(data2_pxl, *popt3), 'r-', label = "fit")
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot3.png")
```



[228]:
```
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(data2_pxl, sinc2(data2_pxl, *popt3)/data2_inten, 'r-')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensitätsverhältnis theoretisch/experimentell')
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot4.png")
```

```
C:\Users\jonsc\AppData\Local\Temp\ipykernel_4104\1813549646.py:6: UserWarning:
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label
start with an underscore are ignored when legend() is called with no argument.
  plt.legend()
```



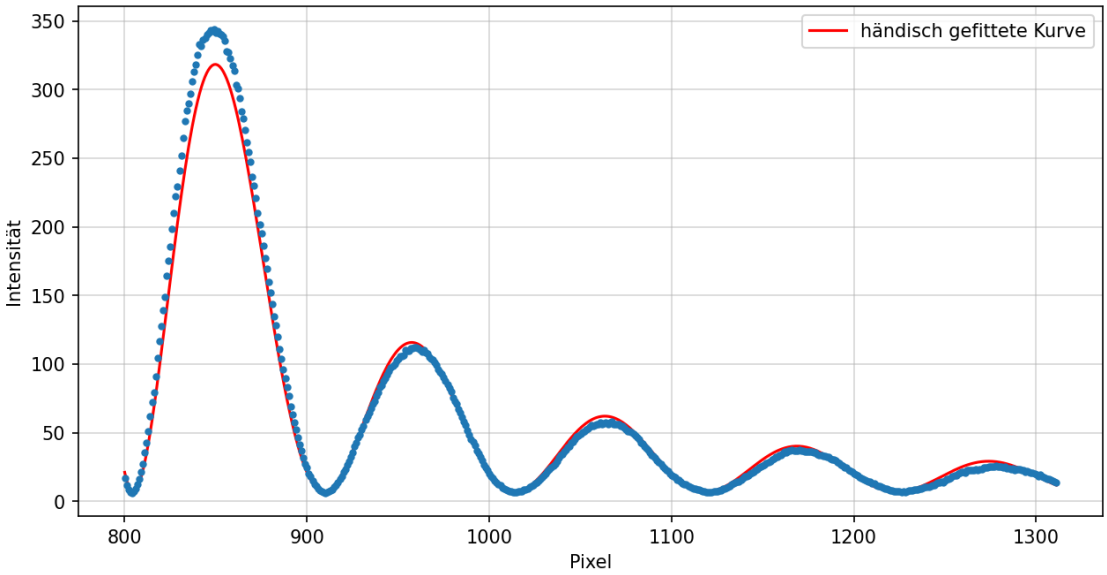
[229]:
```
#verhältnis Haupt- Nebenmaxima 1. ord
inten_hmax = np.max(data2_inten[(data2_pxl > 300) & (data2_pxl < 400)])
inten_nmax1 = np.max(data2_inten[(data2_pxl > 450) & (data2_pxl < 500)])
ratio1 = inten_nmax1 / inten_hmax
ratio1, ratio1 * 0.05
```

[229]:
```
(np.float64(0.04897431929170405), np.float64(0.0024487159645852027))
```

[230]:
```
maske = data1_pxl > 800

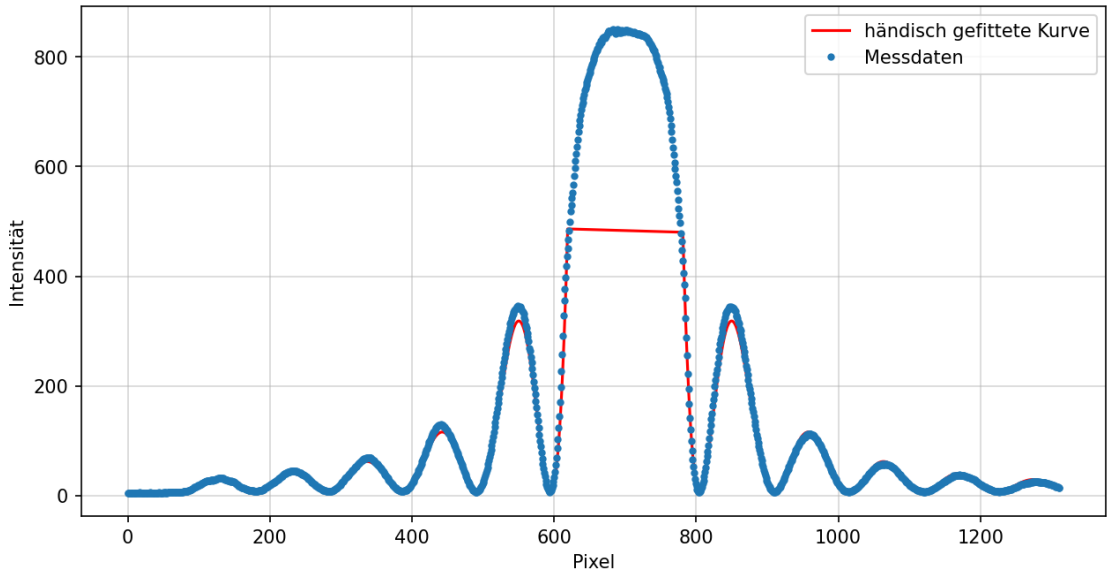
x_maskiert = data1_pxl[maske]
y_maskiert = data1_inten[maske]
```

[231]:
```
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.errorbar(x_maskiert, y_maskiert, fmt = '.')
plt.plot(x_maskiert, sinc2(x_maskiert, 6600,700,0.03)+7, 'r-', label =␣
 ↪"händisch gefittete Kurve")
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel("Pixel")
plt.ylabel("Intensität")
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot5.png")
```

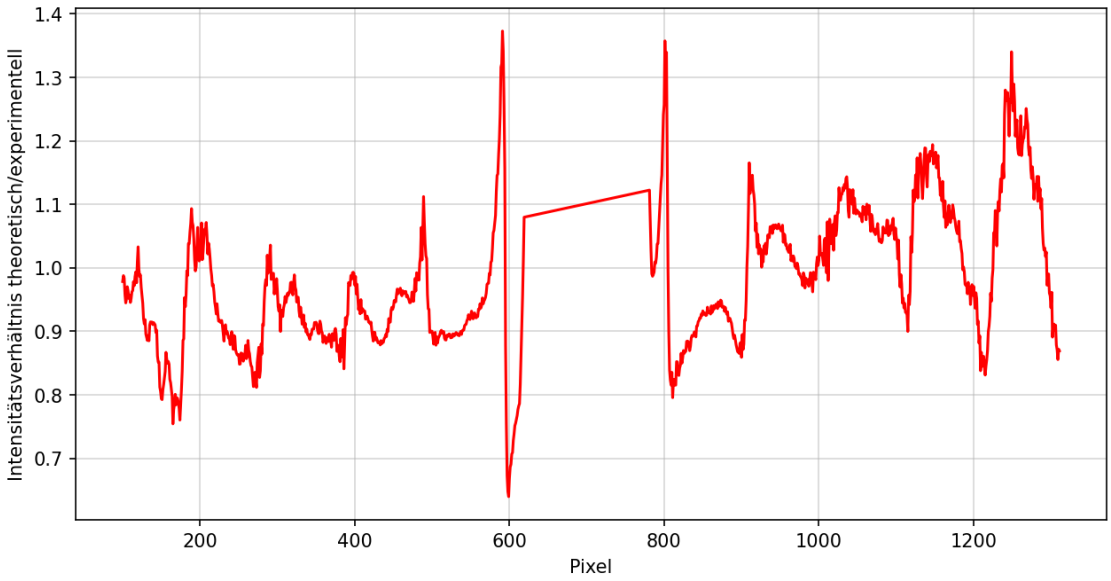


[232]:
```
maske = (sinc2(data1_pxl, 6600,700,0.03)+7) < 500
x_maskiert = data1_pxl[maske]
y_maskiert = data1_inten[maske]
maske2 = data1_pxl[maske] > 100
x_maskiert = x_maskiert[maske2]
y_maskiert = y_maskiert[maske2]

plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.errorbar(data1_pxl, data1_inten, fmt = '.', label = "Messdaten")
plt.plot(x_maskiert, (sinc2(x_maskiert, 6600,700,0.03)+7), 'r-', label =␣
↪"händisch gefittete Kurve")
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel("Pixel")
plt.ylabel("Intensität")
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot6.png")
```



[233]:
```
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(x_maskiert, (sinc2(x_maskiert, 6600,700,0.03)+7)/y_maskiert, 'r-')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel("Pixel")
plt.ylabel("Intensitätsverhältnis theoretisch/experimentell")
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot7.png")
```



[234]:
```
inten_nmax1 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 800) & (data1_pxl < 900)])
inten_nmax2 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 900) & (data1_pxl < 1000)])
inten_nmax3 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1000) & (data1_pxl < 1100)])
inten_nmax4 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1100) & (data1_pxl < 1200)])
inten_nmax5 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1200) & (data1_pxl < 1300)])

ratio2 = inten_nmax2 / inten_nmax1
ratio3 = inten_nmax3 / inten_nmax1
ratio4 = inten_nmax4 / inten_nmax1
ratio5 = inten_nmax5 / inten_nmax1
#print(ratio2, ratio3, ratio4, ratio5)
ratio2 = inten_nmax2 / inten_nmax1 * ratio1
ratio3 = inten_nmax3 / inten_nmax1 * ratio1
ratio4 = inten_nmax4 / inten_nmax1 * ratio1
ratio5 = inten_nmax5 / inten_nmax1 * ratio1

Delta_ratio2 = np.sqrt((ratio2 * 0.05)**2 + (ratio2 * 0.1)**2)
Delta_ratio3 = np.sqrt((ratio3 * 0.05)**2 + (ratio3 * 0.1)**2)
Delta_ratio4 = np.sqrt((ratio4 * 0.05)**2 + (ratio4 * 0.1)**2)
Delta_ratio5 = np.sqrt((ratio5 * 0.05)**2 + (ratio5 * 0.1)**2)

print(ratio2, ratio3, ratio4, ratio5)
print(Delta_ratio2, Delta_ratio3, Delta_ratio4, Delta_ratio5)
```

```
0.01597021144436327 0.008262450323248481 0.005332253638125742
0.0037048948974360645
0.0017855239202320687 0.0009237700291749358 0.0005961640804059862
0.00041421984200795757
```

Aufgabe 2

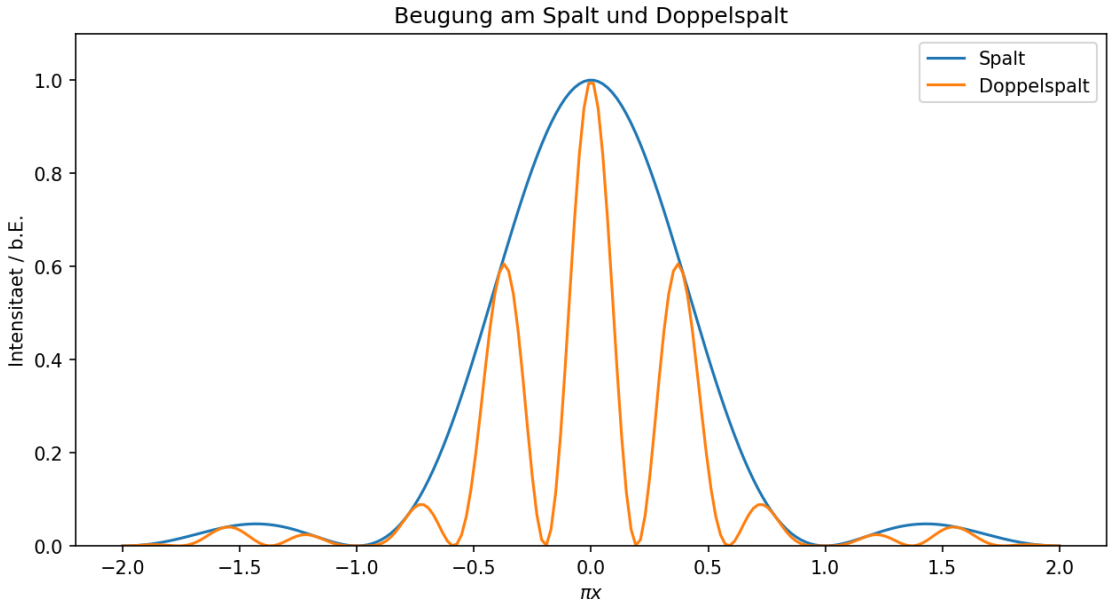
[235]:
```
d1 = 260 #pxl
d2 = 190
bar_d = (d1 + d2) / (2* np.abs(popt1[0]))
Delta_bar_d = np.sqrt(2*(Delta_d/popt1[0])**2 + ((d1 + d2)/2/popt1[0]**2 * np.
 ↪sqrt(pcov1[0][0]))**2)
g = d1/2 + d2/2 + 350
v = 2*g/(d1 + d2)
g/v,g, v
bar_d, Delta_bar_d
```

[235]:
```
(np.float64(0.000448273393676994), np.float64(4.1467402019969595e-06))
```

[236]:
```
#Benötigte Funktionen A2
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2
def beugung_doppelspalt(x):
    return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi*v*x)**2
```

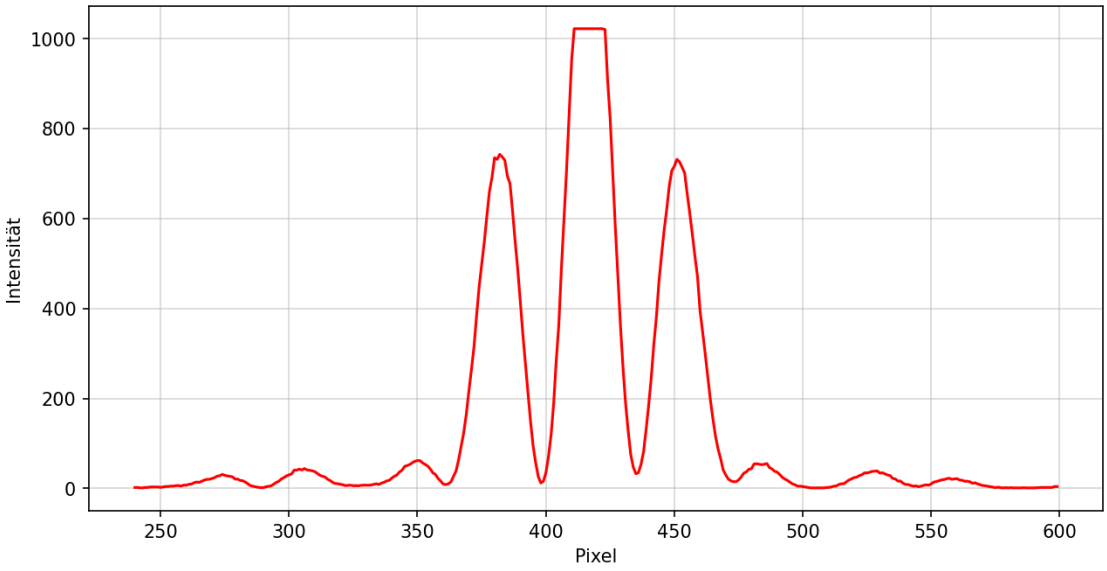
[237]:
```
#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=1

plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label='Doppelspalt')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('Beugung am Spalt und Doppelspalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot8.png")
```



[238]:
```
data3_pxl, data3_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 3/
 ↪Messung_spalt_b.txt", unpack=True)
```

[239]:
```
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(data3_pxl[(data3_pxl > 240) & (data3_pxl < 600)],␣
 ↪data3_inten[(data3_pxl > 240) & (data3_pxl < 600)], color = "red",␣
 ↪label='Messdaten Spalt b')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
#plt.legend()
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot9.png")
```



[240]:
```
max0, Delta_max0, max1, Delta_max1 = (1020,10,520,10)
R_01r = max1/max0
Delta_R_01r = np.sqrt((Delta_max1/max0)**2 + (max1*Delta_max0/(max0**2))**2)
R_01r, Delta_R_01r
```

[240]:
```
(0.5098039215686274, np.float64(0.011004438124845606))
```

[241]:
```
max0, Delta_max0, max1, Delta_max1 = (1020,10,580,10)
R_01l = max1/max0
Delta_R_01l = np.sqrt((Delta_max1/max0)**2 + (max1*Delta_max0/(max0**2))**2)
R_01l, Delta_R_01l
```

[241]:
```
(0.5686274509803921, np.float64(0.011278077773066227))
```

[242]:
```
max(data3_inten[(data3_pxl>340)&(data3_pxl<360)]),␣
 ↪max(data3_inten[(data3_pxl>340)&(data3_pxl<400)]),␣
 ↪max(data3_inten[(data3_pxl>450)&(data3_pxl<500)]),␣
 ↪max(data3_inten[(data3_pxl>475)&(data3_pxl<500)])
```

[242]:
```
(np.float64(61.71608),
 np.float64(742.63317),
 np.float64(731.62563),
 np.float64(55.125628))
```

[243]:
```
R_12l = max(data3_inten[(data3_pxl>340)&(data3_pxl<360)])/
 ↪max(data3_inten[(data3_pxl>340)&(data3_pxl<400)])
R_12r = max(data3_inten[(data3_pxl>475)&(data3_pxl<500)])/
 ↪max(data3_inten[(data3_pxl>450)&(data3_pxl<500)])
```

```
R_12l, R_12r
```

[243]:
```
(np.float64(0.0831043945963254), np.float64(0.07534676990471206))
```

[244]:
```
R_02l = R_01l * R_12l
Delta_R_02l = np.sqrt((Delta_R_01l * R_12l)**2 + (R_01l * R_12l * 0.1)**2)
R_02r = R_01r * R_12r
Delta_R_02r = np.sqrt((Delta_R_01r * R_12r)**2 + (R_01r * R_12r * 0.1)**2)
R_02l, R_02r, Delta_R_02l, Delta_R_02r
```

[244]:
```
(np.float64(0.04725544006457719),
 np.float64(0.038412078774951244),
 np.float64(0.004817594668349155),
 np.float64(0.0039296775697650116))
```

Aufgabe 3

[245]:
```
data4_pxl, data4_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 4/hauptmax.txt",␣
 ↪unpack=True)
data5_pxl, data5_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 4/1 Ord.txt",␣
 ↪unpack=True)
data6_pxl, data6_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 4/2 Ord.txt",␣
 ↪unpack=True)
data7_pxl, data7_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 4/3 Ord.txt",␣
 ↪unpack=True)
data8_pxl, data8_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 4/weit offen.
 ↪txt", unpack=True)
```

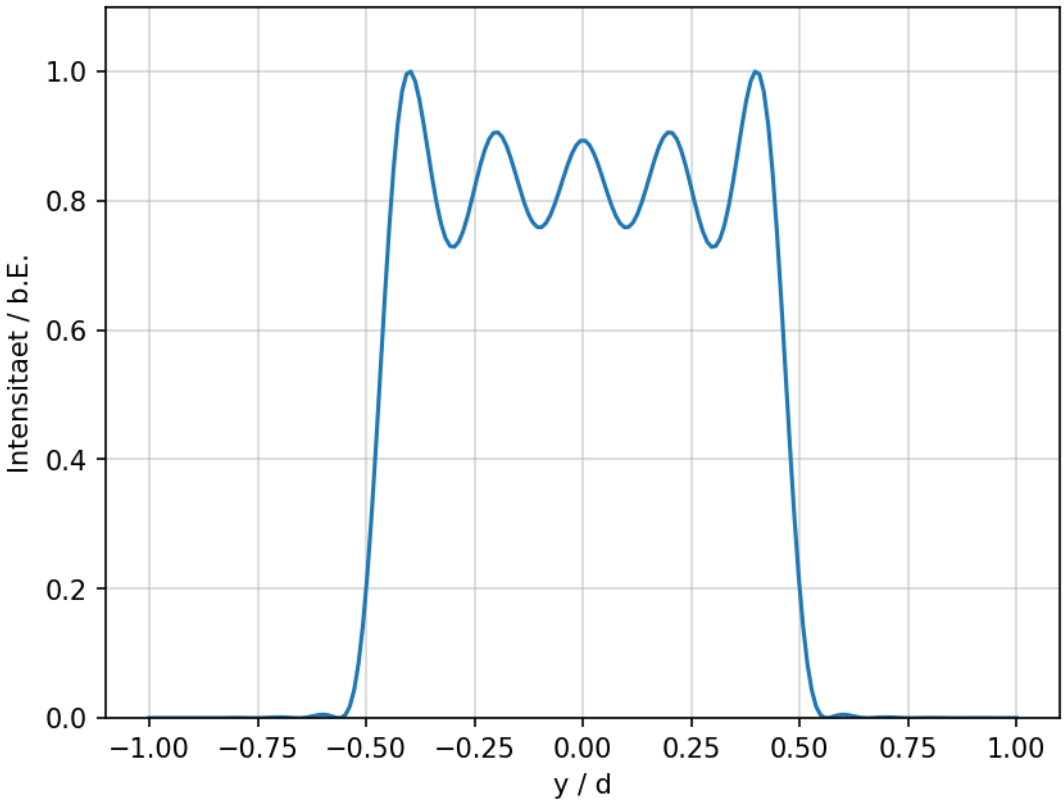
[246]:
```
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=5 #Integrationsbereich
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
```

[247]:
```
#Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
```

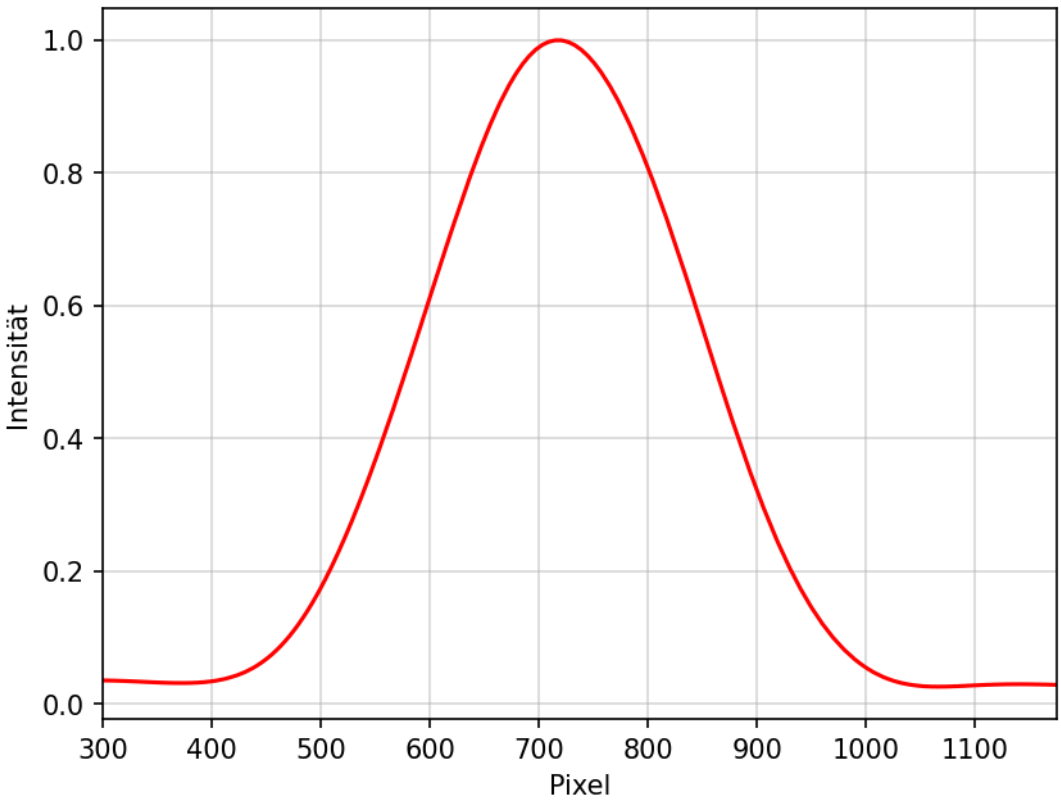
[248]:
```
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2* np.pi *n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

[249]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
```

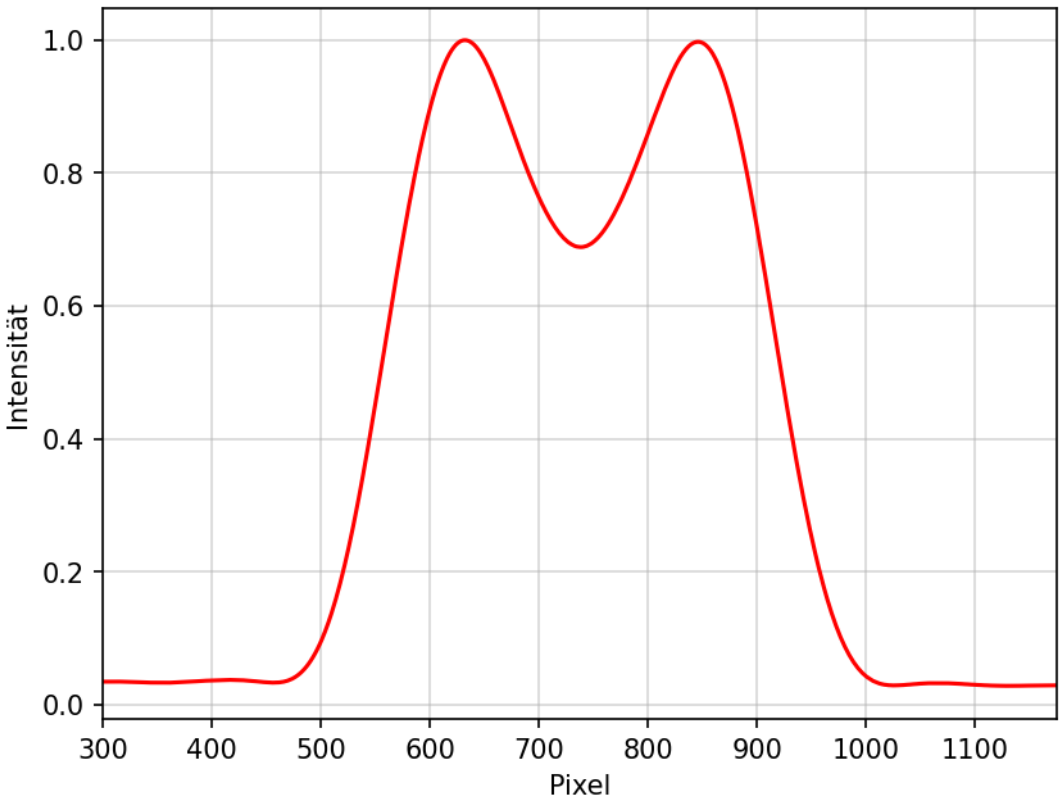
```
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot10.png")
```



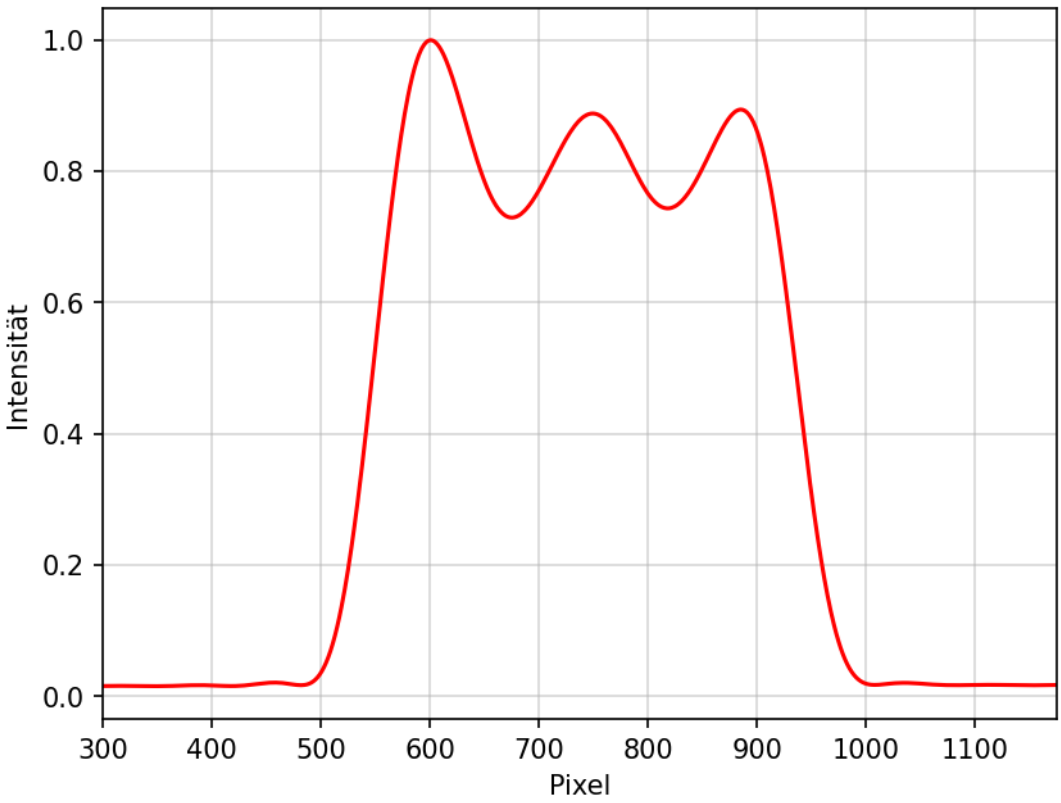
[250]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data4_pxl, data4_inten/max(data4_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(300,1175)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot11.png")
```



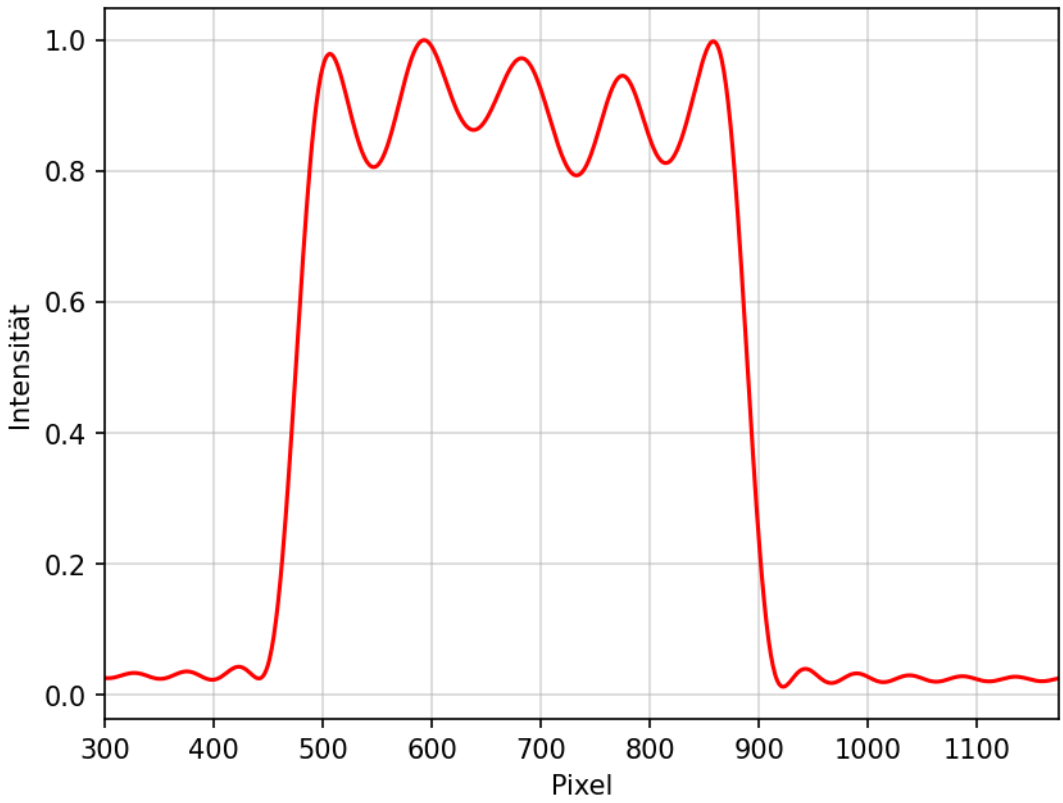
[251]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data5_pxl, data5_inten/max(data5_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.xlim(300,1175)
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot11.png")
```



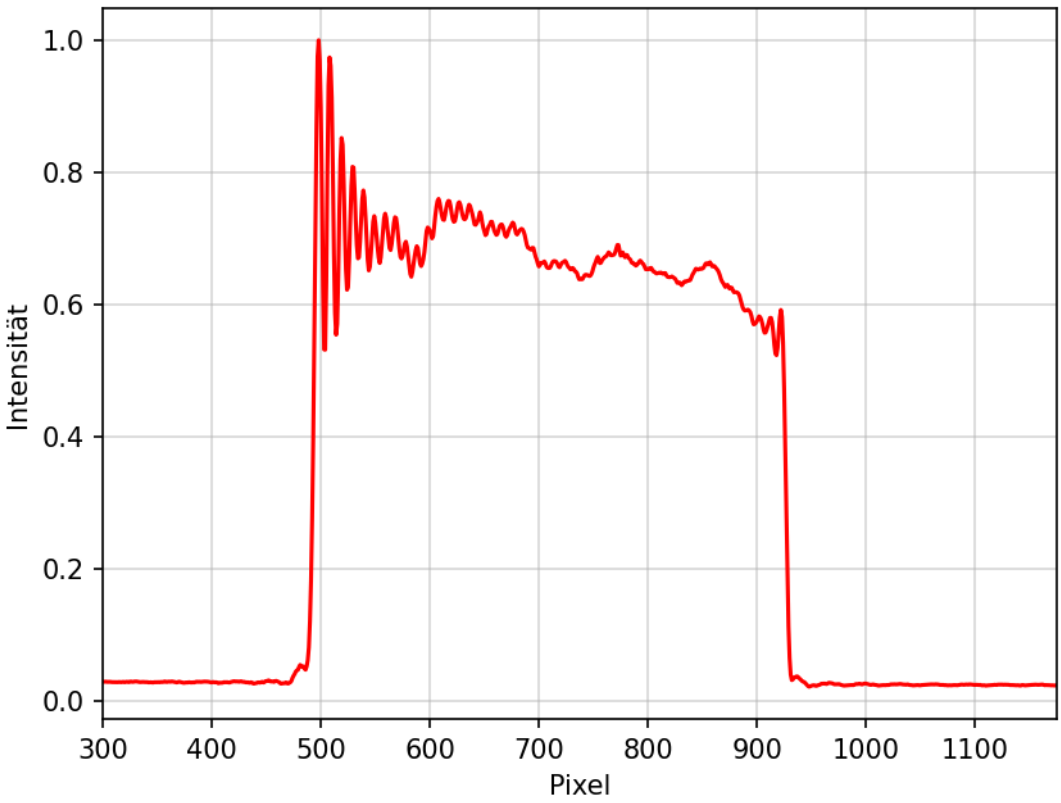
[252]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data6_pxl, data6_inten/max(data6_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.xlim(300,1175)
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot12.png")
```



[253]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data7_pxl, data7_inten/max(data7_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.xlim(300,1175)
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot13.png")
```



[254]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data8_pxl, data8_inten/max(data8_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.xlim(300,1175)
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot14.png")
```



Abstände berechnen

[255]:
```
spbr = 434
Delta_spbr = 2.8
n = 5 #hier jeweils untersuchte theorie eintragen
```

[256]:
```
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2* np.pi *n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

[257]:
```
#für theorie abstand bestimmen
a=0.1 #a und b sind intervall, wo gesuchtes Extrema liegt
b=0.75
mask = (Y >= a) & (Y <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(f_modifiziert[mask])] #argmax/
 ↪argmin je ob minimum oder maximum
Y[index_im_intervall] * spbr, Y[index_im_intervall] * Delta_spbr
```

[257]:
```
(np.float64(172.29145728643218), np.float64(1.1115577889447237))
```

[258]:
```
data_pxl = data7_pxl #welche Daten sollen verglichen werden
data_inten = data7_inten
```

[259]:
```
#lage des zentrums experiment
a= 650
b = 700
mask = (data_pxl >= a) & (data_pxl <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(data_inten[mask])]
lageZentrum = data_pxl[index_im_intervall]
Delta_lageZentrum = 2.5
```

[260]:
```
a= 800
b = 900
mask = (data_pxl >= a) & (data_pxl <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(data_inten[mask])]
abstandZentrum = np.abs(data_pxl[index_im_intervall] - lageZentrum)
Delta_abstandZentrum = np.sqrt(2) * 2.5
abstandZentrum, Delta_abstandZentrum
```

[260]:
```
(np.float64(174.92653999999993), np.float64(3.5355339059327378))
```

Intensitätsverhältnisse berechnen

[261]:
```
n = 5 #hier jeweils untersuchte theorie eintragen
```

[262]:
```
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2* np.pi *n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = np.array(f_modifiziert)
f_modifiziert = f_modifiziert / f_modifiziert[np.argmin(np.abs(Y))]
```

[263]:
```
#für theorie intensverhältnis bestimmen
a=0.0 #a und b sind intervall, wo gesuchtes Extrema liegt
b=0.5
mask = (Y >= a) & (Y <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(f_modifiziert[mask])] #argmax/
 ↪argmin je ob minimum oder maximum
f_modifiziert[index_im_intervall]
```

[263]:
```
np.float64(1.1197927865343815)
```

[264]:
```
data_pxl = data7_pxl #welche Daten sollen verglichen werden
data_inten = data7_inten
```

[265]:
```
#Intensität der mitte normieren
a= 650
b = 700
mask = (data_pxl >= a) & (data_pxl <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(data_inten[mask])]
data_inten = data_inten / data_inten[index_im_intervall]
```

[266]:
```
#intensitätsverhältnis bestimmen
a= 800
b = 900
mask = (data_pxl >= a) & (data_pxl <= b)
index_im_intervall = np.where(mask)[0][np.argmax(data_inten[mask])]
data_inten[index_im_intervall], data_inten[index_im_intervall]*0.1
```

[266]:
```
(np.float64(1.0265259667954587), np.float64(0.10265259667954588))
```

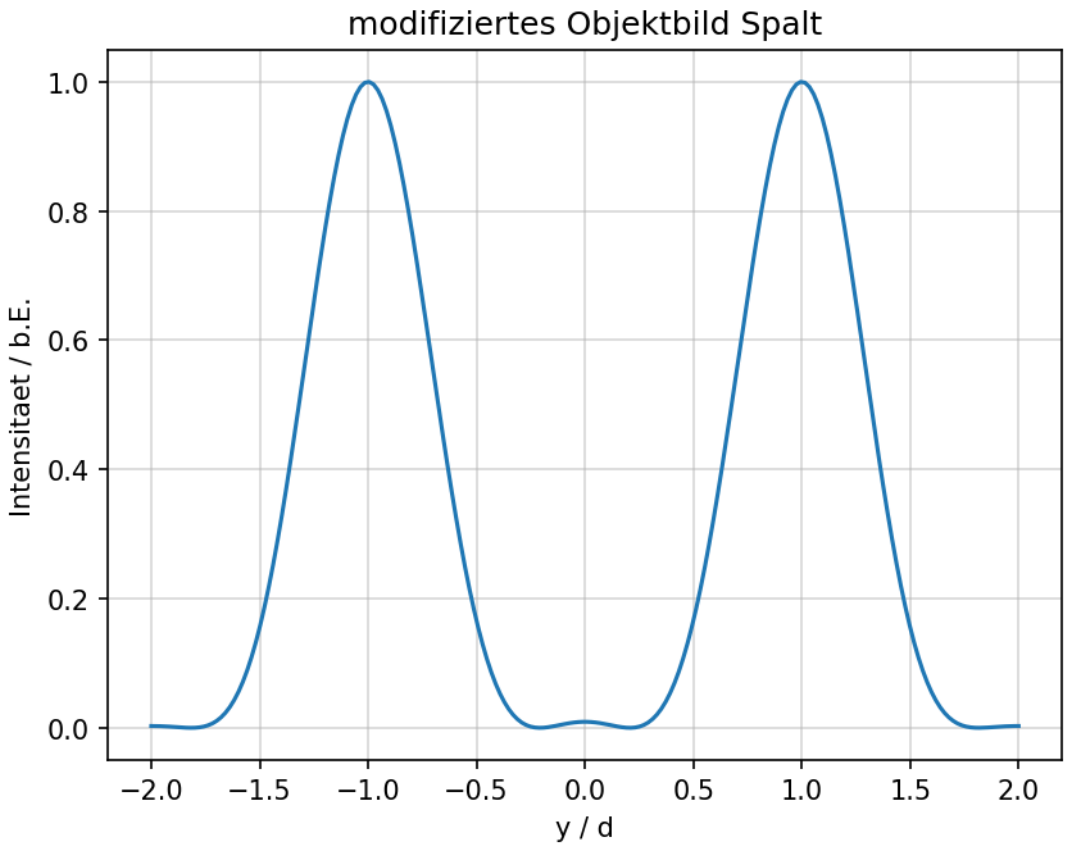
Aufgabe 4

[321]:
```
#theorie plotten
d=1
g=2*d
n=1
Y=np.linspace(-2,2,200)*d
```

[322]:
```
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
```

[323]:
```
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

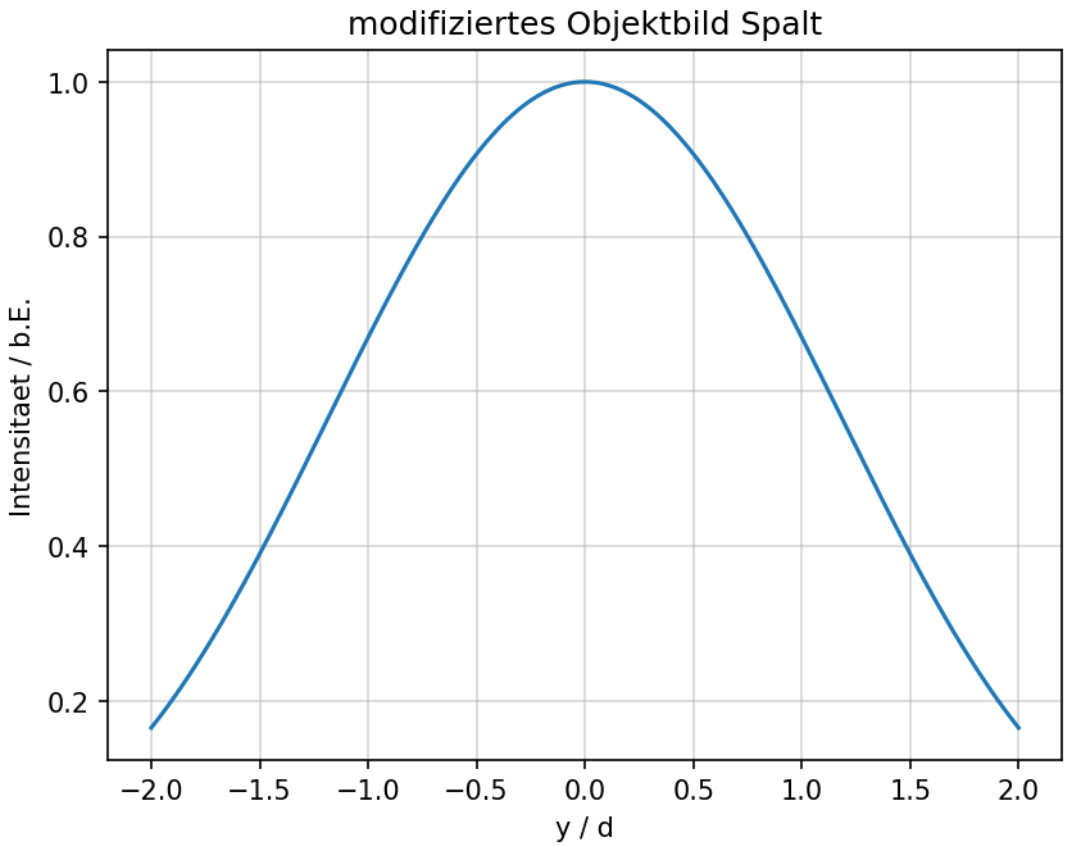
[324]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot15.png")
```



[330]:
```
n = 0.2
```

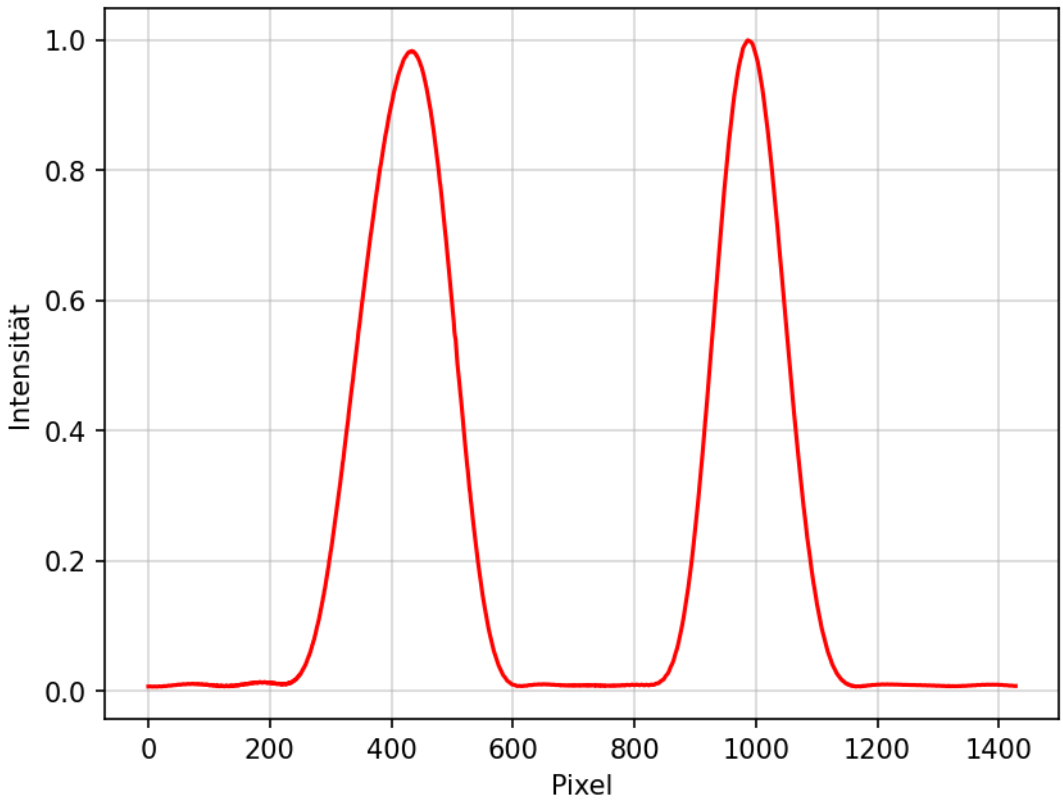
[331]:
```
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
```

[332]:
```
plt.figure(dpi=150)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig(OUTPUT_DIRECTORY + "Plot152.png")
```

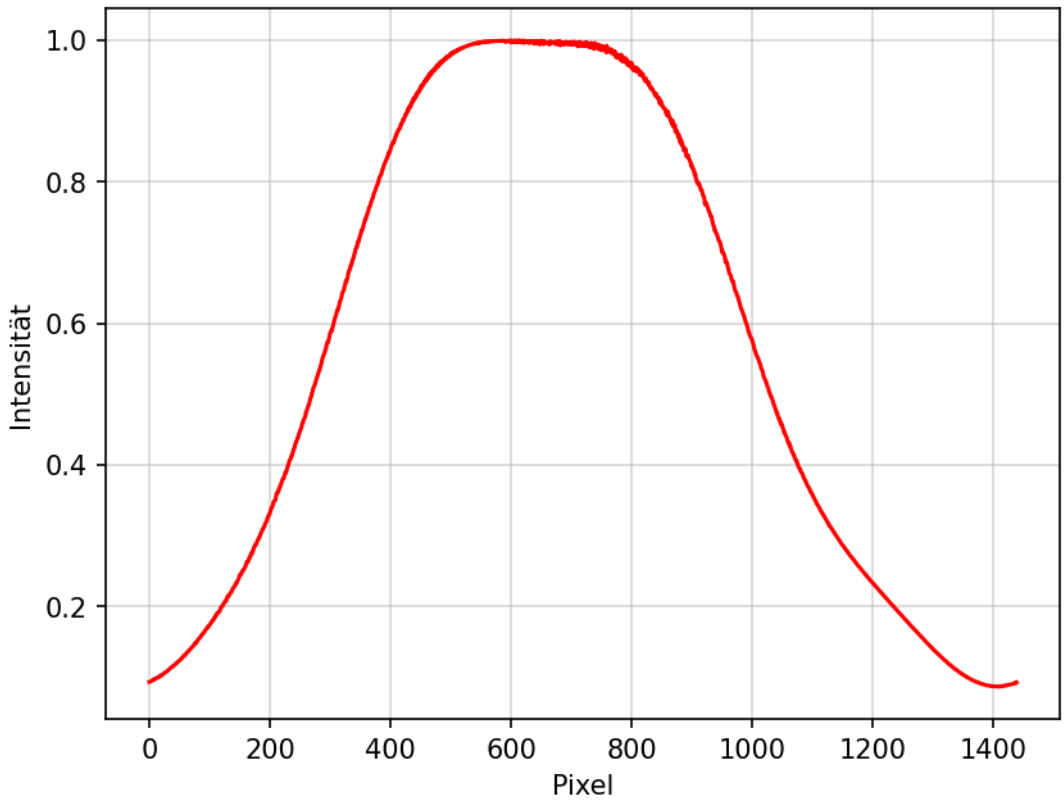


[271]:
```
data9_pxl, data9_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 5/A5 Doppelspalt␣
 ↪1 maxima bereinigt.txt", unpack=True)
data10_pxl, data10_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 5/A5␣
 ↪Doppelspalt kein maxima bereinigt.txt", unpack=True)
data11_pxl, data11_inten = np.loadtxt(INPUT_DIRECTORY + "Aufgabe 5/A5␣
 ↪Doppelspalt weit offen.txt", unpack=True)
```

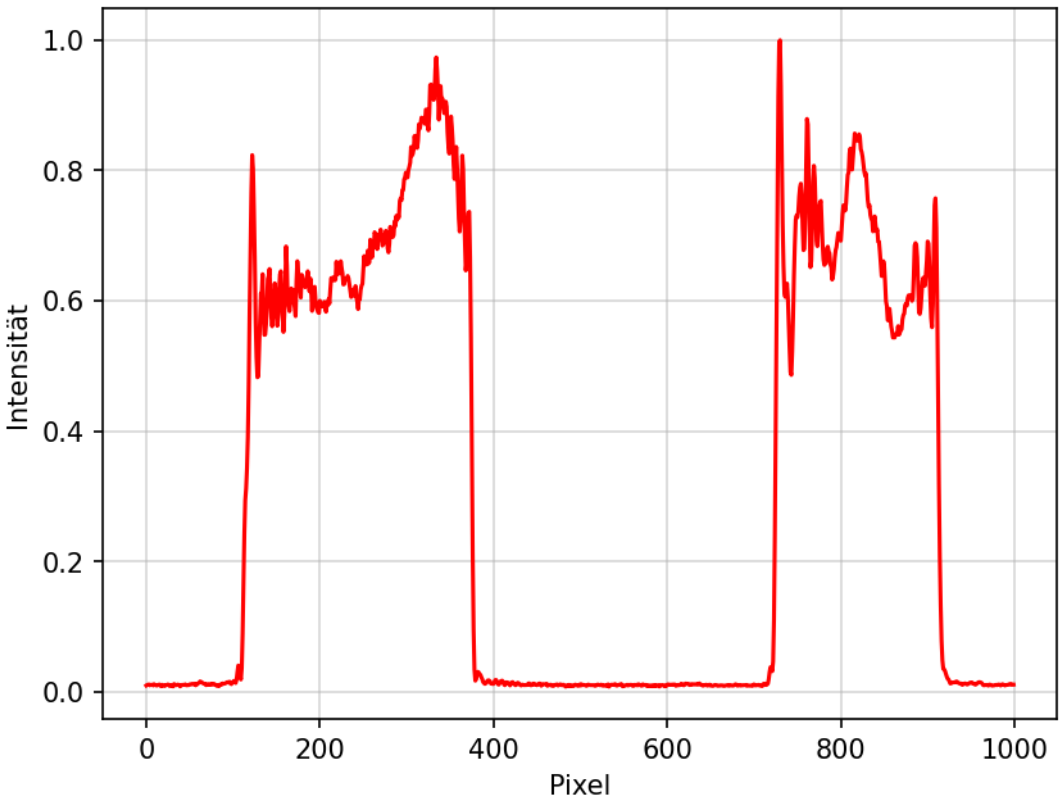
[272]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data9_pxl, data9_inten/max(data9_inten), color = "red",␣
 ↪label='Doppelspalt 1 maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
```



[273]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data10_pxl, data10_inten/max(data10_inten), color = "red",␣
 ↪label='Doppelspalt kein maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
```



[274]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data11_pxl, data11_inten/max(data11_inten), color = "red",␣
 ↪label='Doppelspalt 1 maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
```



[275]:
```
n=1
k_y1 = 2*np.pi*n/bar_d
Delta_k_y1 = k_y1 * Delta_bar_d/bar_d
k_y1,Delta_k_y1
```

[275]: (np.float64(14016.41363463782), np.float64(129.6584332829073))

[276]:
```
anaoeff1 = 190e-6
Delta_anaoeff1 = 5e-6
anaoeff2 = 40e-6
Delta_anaoeff2 = 5e-6
f = 80e-3
```

[277]:
```
k_yexp = np.pi * anaoeff1 / (lam * f)
Delta_k_yexp = k_yexp * Delta_anaoeff1 / anaoeff1
k_yexp, Delta_k_yexp
```

[277]: (14024.96720352586, 369.07808430331215)

[333]:
```
n = 0.2
k_y2 = 2 * np.pi * n / bar_d
```

```
Delta_k_y2 = k_y2 * Delta_bar_d/bar_d
k_y2, Delta_k_y2
```

[333]: (np.float64(2803.282726927564), np.float64(25.931686656581462))

[334]:
```
k_yexp = np.pi * anaoeff2 / (lam * f)
Delta_k_yexp = k_yexp * Delta_anaoeff2 / anaoeff2
k_yexp, Delta_k_yexp
```

[334]: (2952.624674426497, 369.07808430331215)